

УТВЕРЖДАЮ
Директор ВШТЭ



Рабочая программа дисциплины

Б1.О.15 Математический анализ

Учебный план: _____ ФГОС3++b010302-2_23-14.plx

Кафедра: Высшей математики

Направление подготовки:
(специальность) 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки:
(специализация) Прикладная математика и информатика

Уровень образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

План учебного процесса

Семестр (курс для ЗАО)	Контактная работа обучающихся		Сам. работа	Контроль, час.	Трудоё мкость, ЗЕТ	Форма промежуточной аттестации	
	Лекции	Практ. занятия					
2	УП	34	34	40	36	4	Экзамен
	РПД	34	34	40	36	4	
3	УП	34	34	40	36	4	Экзамен
	РПД	34	34	40	36	4	
Итого	УП	68	68	80	72	8	
	РПД	68	68	80	72	8	

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утверждённым приказом Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 9

Составитель (и):

Кандидат физ.-мат.наук, доцент

Абжандадзе З.Л.

От кафедры составителя:

Заведующий кафедрой высшей математики

Иванов Б.Ф.

От выпускающей кафедры:

Заведующий кафедрой

Яковлев В.П.

Методический отдел:

Смирнова В.Г.

1 ВВЕДЕНИЕ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1 Цель дисциплины: закладка математического фундамента как средства изучения окружающего мира для успешного освоения дисциплин естественнонаучного и профессионального циклов.

1.2 Задачи дисциплины:

- привитие и развитие математического мышления,
- воспитание достаточно высокой математической культуры,
- освоение обучаемым математических методов и основ математического моделирования.

1.3 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Предварительная подготовка предполагает создание основы для формирования компетенций, указанных в п. 2, при изучении дисциплин:

Физика

Информатика

Алгебра и геометрия

2 КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
Знать: - базовые теоретические положения в области математического анализа.
Уметь: - использовать базовые теоретические положения математического анализа в профессиональной деятельности.
Владеть: – навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических положений математического анализа.
ОПК-2: Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач
Знать: - современные математические методы математического анализа.
Уметь: - использовать и адаптировать современные математические методы математического анализа для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.
Владеть: - навыками использования и адаптации современных математических методов математического анализа для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.
ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности
Знать: - математические модели математического анализа, используемые для решения задач в области профессиональной деятельности.
Уметь: - применять и модифицировать математические модели математического анализа для решения задач в области профессиональной деятельности.
Владеть: – навыками применения и модификации математических моделей математического анализа для решения задач в области профессиональной деятельности.

3 РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Наименование и содержание разделов, тем и учебных занятий	Семестр (курс для ЗАО)	Контактная работа		СР (часы)	Инновац. формы занятий	Форма текущего контроля
		Лек. (часы)	Пр. (часы)			
Раздел 1. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	2					К
Тема 1. Предел, непрерывность. Предел последовательности и функции. Замечательные пределы. Бесконечно малые и их сравнение. Бесконечно большие и их сравнение. Непрерывность. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке.		8	8	8		
Тема 2. Производная дифференциал. Определение и геометрический смысл производной. Производные основных элементарных функций. Производная сложной функции. Дифференциал. Теоремы о дифференцируемых функциях. Правило Лопиталю. Формула Тейлора.		8	6	8		
Тема 3. Исследование функций. Признаки возрастания и убывания. Экстремум, необходимое условие, достаточные условия. Критерии выпуклости. Асимптоты. Глобальный экстремум		6	6	6		
Раздел 2. Интегральное исчисление						
Тема 4. Неопределенный интеграл. Определение, свойства, замена переменной, интегрирование по частям, интегрирование рациональных дробей и иррациональных выражений.	8	8	8		К	
Тема 5. Определенный интеграл. Определение, свойства определенного интеграла, теорема Барроу, формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной, интегрирование по частям. Несобственный интеграл. Приложения определенного интеграла.	4	6	10			
Итого в семестре (на курсе для ЗАО)		34	34	40		
Консультации и промежуточная аттестация (Экзамен)		2,5		33,5		
Раздел 3. Ряды	3					К

<p>Тема 6. Числовые и степенные ряды. Признаки сходимости числовых рядов, функциональные ряды, равномерная сходимость, степенные ряды, теорема Абеля. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов, ряд Тейлора.</p>	8	8	8		
<p>Тема 7. Ряды Фурье. Разложение кусочно непрерывной функции в ряд Фурье. Полнота тригонометрической системы. Связь с задачей наилучшего приближения. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля.</p>	6	6	6		
<p>Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</p>					
<p>Тема 8. Частные производные и полный дифференциал. Определение и геометрический смысл частной производной. Дифференцирование сложной функции. Градиент. Производная по направлению. Дифференциал. Касательная плоскость. Теорема о неявной функции.</p>	4	4	4		К
<p>Тема 9. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Условный Экстремум.</p>	4	4	4		
<p>Раздел 5. Кратные и криволинейные интегралы.</p>					
<p>Тема 10. Двойной и тройной интегралы. Определение и геометрический смысл двойного интеграла. Определение тройного интеграла. Вычисление кратных интегралов сведением к повторному интегралу. Замена переменной. Переход к полярным и сферическим координатам.</p>	4	4	4		К
<p>Тема 11. Криволинейные интегралы. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода. Формула Грина. Условия независимости от пути. Поверхностные интегралы.</p>	4	4	4		

Тема 12. Элементы теории поля. Градиент, дивергенция, ротор. Циркуляция и поток векторного поля. Формулы Гаусса-Остроградского и Стокса.	4	4	10		
Итого в семестре (на курсе для ЗАО)	34	34	40		
Консультации и промежуточная аттестация (Экзамен)	2,5		33,5		
Всего контактная работа и СР по дисциплине	141		147		

4 КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Курсовое проектирование учебным планом не предусмотрено

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

5.1 Описание показателей, критериев и системы оценивания результатов обучения

5.1.1 Показатели оценивания

Код компетенции	Показатели оценивания результатов обучения	Наименование оценочного средства
ОПК-1	Демонстрирует знания базовых теоретических положений в области Использует базовые теоретические положения математического анализа в профессиональной деятельности. Владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических положений математического анализа.	Вопросы устного собеседования. Практико-ориентированные задания.
ОПК-3	Знает математические модели математического анализа, используемые для решения задач в области профессиональной деятельности. Умеет применять и модифицировать математические модели математического анализа для решения задач в области профессиональной деятельности. Обладает навыками применения и модификации математических моделей математического анализа для решения задач в области профессиональной деятельности.	Вопросы устного собеседования. Практико-ориентированные задания.
ОПК-2	Демонстрирует современные математические методы математического анализа. Умеет использовать и адаптировать современные математические методы математического анализа для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач. Обладает навыками использования и адаптации современных математических методов математического анализа для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.	Вопросы устного собеседования. Практико-ориентированные задания.

5.1.2 Система и критерии оценивания

Шкала оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций	
	Устное собеседование	Письменная работа
5 (отлично)	Обучающийся показывает всестороннее, систематическое и глубокое знание основного и дополнительного учебного материала, умеет свободно выполнять задания, предусмотренные программой; усвоил основную и знаком с дополнительной рекомендованной литературой; может объяснить взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для последующей профессиональной деятельности; проявляет творческие способности в понимании, изложении и использовании учебного материала.	Обучающийся демонстрирует правильное понимание условия задачи, владение навыками его анализа, выбора нужных законов и формул для ее решения. Умеет применять математический аппарат для реализации плана решения задачи и, если это необходимо, может представить его графически. Получил правильный ответ и может его интерпретировать.

4 (хорошо)	Обучающийся показывает достаточный уровень знаний в пределах основного учебного материала, без существенных ошибок выполняет предусмотренные в программе задания; усвоил основную литературу, рекомендованную в программе; способен объяснить взаимосвязь основных понятий дисциплины при дополнительных вопросах преподавателя. Допускает не существенные погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, устраняет их без помощи преподавателя.	Обучающийся демонстрирует достаточное понимание условия задачи, владение навыками его анализа, выбора нужных законов и формул для ее решения. Допускает незначительные погрешности при применении математического аппарата для реализации плана решения задачи. Получил правильный ответ, но испытывает затруднения с его интерпретацией.
3 (удовлетворительно)	Обучающийся показывает знания основного учебного материала в минимальном объеме, необходимом для дальнейшей учебы; справляется с выполнением заданий, предусмотренных программой, допуская при этом большое количество не принципиальных ошибок; знаком с основной литературой, рекомендованной программой. Допускает существенные погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.	Обучающийся вникает в смысл условия задачи, понимает план ее решения, однако, не может в полной мере с помощью математического аппарата реализовать ее решение. Может сделать рисунок или схему, поясняющую решение задачи.
2 (неудовлетворительно)	Обучающийся обнаруживает пробелы в знаниях основного учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, не знаком с рекомендованной литературой, не может исправить допущенные ошибки.	Обучающийся не может проанализировать условие задачи, наметить план ее решения, не владеет математическим аппаратом. Представление чужой работы, отказ от выполнения задания

5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

5.2.1 Перечень контрольных вопросов

№ п/п	Формулировки вопросов
Семестр 2	
1	Признаки существования предела.
2	Предел последовательности и предел функции: определения.
3	Точки разрыва функции, их классификация.
4	Непрерывность: определение, теоремы о функциях, непрерывных на отрезке.
5	Замечательные пределы
6	Сравнение бесконечно малых. Сравнение бесконечно больших.
7	Бесконечно малые и бесконечно большие величины: определения, свойства, связь между ними.
8	Экстремум функции одной переменной: определение, достаточные условия экстремума.
9	Экстремум функции одной переменной: определение, необходимое условие экстремума.
10	Формула Тейлора.
11	Теоремы о дифференцируемых функциях.
12	Дифференциал: определение и геометрический смысл.
13	Производная сложной функции.
14	Основные правила дифференцирования.
15	Производные основных элементарных функций.
16	Определение и геометрический смысл производной.
17	Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем.
18	Определение и геометрический смысл определенного интеграла.
19	Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.

20	Замена переменной в неопределенном интеграле.
21	Свойства неопределенного интеграла.
22	Первообразная и неопределенный интеграл.
23	Формула Ньютона-Лейбница.
24	Теорема Барроу.
25	Вычисление площади плоской фигуры и объема тела с помощью определенного интеграла.
26	Вычисление длины дуги плоской кривой.
27	Несобственные интегралы. Абсолютная и условная сходимость.
28	Интегрирование по частям в определенном интеграле.
29	Замена переменной в определенном интеграле.
Семестр 3	
30	Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора (Маклорена).
31	Ряды Тейлора и Маклорена.
32	Степенные ряды: определение, теорема Абеля, свойства степенных рядов.
33	Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.
34	Достаточные признаки сходимости числовых рядов.
35	Числовые ряды. Основные определения. Необходимое условие сходимости.
36	Представление непериодической функции рядом Фурье.
37	Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода.
38	Ряд Фурье для четных и нечетных функций.
39	Ряд Фурье: определение, условия сходимости.
40	Условный экстремум.
41	Определение экстремума функции двух переменных. Достаточные условия экстремума.
42	Определение экстремума функции двух переменных. Необходимые условия экстремума.
43	Теорема о неявной функции. Уравнение касательной плоскости.
44	Производная по направлению, градиент.
45	Дифференцирование сложных функций.
46	Полный дифференциал.
47	Частные производные первого порядка: определение и геометрический смысл. Производные высших порядков.
48	Формула Грина.
49	Определение, свойства и вычисление криволинейного интеграла 2-го рода.
50	Определение, свойства и вычисление криволинейного интеграла 1-го рода.
51	Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
52	Вычисление тройного интеграла в прямоугольных координатах.
53	Определение и свойства тройного интеграла.
54	Приложения двойного интеграла.
55	Двойной интеграл в полярных координатах.
56	Замена переменной в двойном интеграле.
57	Вычисление двойного интеграла в прямоугольных координатах
58	Свойства двойного интеграла.
59	Определение и геометрический смысл двойного интеграла.
60	Основные понятия теории поля.
61	Определение, свойства и вычисление поверхностного интеграла 2-го рода.
62	Определение, свойства и вычисление поверхностного интеграла 1-го рода.
63	Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования.
64	Ротор и циркуляция векторного поля. Формула Стокса.
65	Дивергенция и поток векторного поля. Формула Остроградского – Гаусса
66	Градиент скалярного поля и его свойства.

5.2.2 Типовые тестовые задания

Не предусмотрено.

5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы) находятся в приложении к данной РПД.

5.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, владений (навыков и (или) практического опыта деятельности)

5.3.1 Условия допуска обучающегося к промежуточной аттестации и порядок ликвидации академической задолженности

Проведение промежуточной аттестации регламентировано локальным нормативным актом СПбГУПТД «Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся»

5.3.2 Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Устная Письменная Компьютерное тестирование Иная

5.3.3 Особенности проведения промежуточной аттестации по дисциплине

- Возможность пользоваться справочными таблицами;
- Время на подготовку ответа по билету 45 минут

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1 Учебная литература

Автор	Заглавие	Издательство	Год издания	Ссылка
6.1.1 Основная учебная литература				
Веретенников, В. Н.	Высшая математика. Математический анализ функций одной переменной	Санкт-Петербург: Российский государственный гидрометеорологический университет	2013	http://www.iprbookshop.ru/17901.html
6.1.2 Дополнительная учебная литература				
И.Э. Апакова, О.Е. Куляхтина, Н.Ю. Косовская	Высшая математика [Текст]: методические указания по выполнению расчетно-графической работы «Ряды Фурье» и индивидуальные задания для студентов очной формы обучения	М-во образования и науки РФ, ВШТЭ СПбГУПТД. – СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД	2016	http://www.nizrp.narod.ru/metod/kafvysmat/11.pdf
И.Э. Апакова [и др.]	Высшая математика [Текст]: методические указания по выполнению контрольной работы «Интегрирование функций одной и нескольких переменных» для студентов очной формы обучения	М-во образования и науки РФ, ВШТЭ СПбГУПТД. – СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД	2016	http://www.nizrp.narod.ru/metod/kafvysmat/10.pdf
И.Э. Апакова [и др.]	Высшая математика [Текст]: методические указания по выполнению контрольной работы «Дифференциальные уравнения и ряды» для студентов очной формы обучения	М-во образования и науки РФ, ВШТЭ СПбГУПТД. – СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД	2016	http://www.nizrp.narod.ru/metod/kafvysmat/12.pdf
Ровба, Е. А., Ляликов, А. С., Сетько, Е. А., Смотрицкий, К. А.	Высшая математика	Минск: Вышэйшая школа	2012	http://www.iprbookshop.ru/20207.html
Ровба Е. А., Ляликов А. С., Сетько Е. А., Смотрицкий К. А.	Высшая математика	Минск: Вышэйшая школа	2012	http://www.iprbookshop.ru/20206.html

6.2 Перечень профессиональных баз данных и информационно-справочных систем

Электронно-библиотечная система IPRbooks [Электронный ресурс]. URL: <http://www.iprbookshop.ru/>
Электронная библиотека ВШТЭ СПб ГУПТД [Электронный ресурс]. URL: <http://nizrp.narod.ru>
Электронно-библиотечная система «Айбукс» [Электронный ресурс]. URL: <https://www.ibooks.ru/>

6.3 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

PTC Mathcad 15

MicrosoftWindows 8

MicrosoftOfficeProfessional 2013

6.4 Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аудитория	Оснащение
Лекционная аудитория	Мультимедийное оборудование, специализированная мебель, доска
Учебная аудитория	Специализированная мебель, доска

Приложение

рабочей программы дисциплины Математический анализ
наименование дисциплины

по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика
наименование ОП (профиля): Прикладная математика и информатика

5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

№ п/п	Условия типовых практико-ориентированных заданий (задач, кейсов)
Семестр 2	
1	Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} x/tg(2x)$.
2	Существует ли функция, непрерывная в некоторой точке, но недифференцируемая в этой точке?
3	Какая из этих функций непрерывна на отрезке $[1; 3]$? 1) $x/(x^2 + 4x + 4)$; 2) $x/(x^2 - 4x + 3)$; 3) $1/\ln(x + 0,5)$
4	Вычислить разность $f(x_0 + 0) - f(x_0 - 0)$, если $x_0 = 1$ и $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 1 \\ \cos(\pi x), & x \geq 1 \end{cases}$
5	Найти производную функции: $y = \ln^3(2x + 1)$.
6	Вычислить угол, под которым график функции $f(x)$ пересекает ось ОХ: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}tg(3x)$, $x \in (-\pi/3; \pi/3)$.
7	На каком из интервалов функция $f(x) = xe^{-x}$ немонотонна? 1) $(-\infty; -1)$; 2) $(0; +\infty)$ 3) $(0; 1)$
8	Сколько точек экстремума имеет функция $f(x) = x^3 + x$? 1) 1; 2) 2; 3) 0
9	Вычислить дифференциал функции $f(x, y) = x\sqrt{x + 3y}$ в точке $(3; 2)$ при $\Delta x = 0,2$ и $\Delta y = 0,1$.
10	Вычислить коэффициент при x^3 в разложении $\cos x$ по формуле Тейлора
11	Функция $f(x)$ имеет непрерывные производные 1-го и 2-го порядков и $f'(1) = 0$; $f''(1) > 0$. Тогда при $x = 1$ функция имеет: 1) минимум 2) максимум 3) не имеет экстремума.
12	Найти точку перегиба для $f(x) = x^2 \ln x$.
13	Вычислить неопределенный интеграл: $\int_0^4 dx/\sqrt{2x + 1}$.
14	Вычислить неопределенный интеграл: $\int_0^\pi \sin(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2}) dx$.
15	Какую замену переменной нужно сделать в $\int x\sqrt{x + 1} dx$?
16	Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$.
17	Чему равен $\int_{-a}^a f(x) dx$, если $f(x)$ – нечетная функция?

18	Какой из трех интегралов является несобственным 1) $\int_0^4 dx/\sqrt{2x-1}$ 2) $\int_0^4 dx/\sqrt{2x+1}$ 3) $\int_0^4 dx/\sqrt{2x+3}$?
19	Какой из трех интегралов сходится? 1) $\int_0^{+\infty} dx/\sqrt{2x+1}$ 2) $\int_0^4 dx/x$ 3) $\int_0^{+\infty} dx/(x^2+1)$
20	Дан ряд $\sum_{1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{n}$. Какой из ответов верен? 1) Абсолютно сходится 2) Сходится, но не абсолютно 3) Расходится
21	Какой из признаков сходимости нужно применить к ряду $\sum_{1}^{+\infty} \frac{n}{2^n}$? 1) сравнения 2) Даламбера 3) Лейбница
22	Пусть $S_m = \sum_{1}^m (-1)^n \frac{1}{n}$, $S = \sum_{1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{n}$. Верно ли, что $ S - S_{10} < 0,1$?
23	Даны положительные ряды 1) $\sum_{1}^{+\infty} u_n$ и 2) $\sum_{1}^{+\infty} v_n$, причем ряд 2) сходится и $u_n/v_n \rightarrow 2$ при $n \rightarrow +\infty$. Тогда ряд 1): А) расходится Б) сходится В) нет определенного ответа
Семестр 3	
1	Ряд Тейлора для $f(x) = \frac{1}{\sin(x)}$ в точке $x_0 = \pi/2$ сходится в одном из следующих интервалов. В каком? (1) $(-1; 1)$ (2) $(0; \pi)$ (3) $(0; 2\pi)$
2	Найти коэффициент при x^3 в разложении функции $1/\cos(x)$ в ряд Тейлора в окрестности 0.
3	Найти коэффициент при x^2 в разложении функции $x \cdot \ln(x)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x = 1$.
4	Пусть $a_0, a_i, b_i, i=1, 2, \dots$, коэффициенты ряда Фурье для функции $f(x) = 3x$ на отрезке $[-2; 2]$. Вычислить сумму $a_0^2/2 + \sum_{i=1}^{+\infty} (a_i^2 + b_i^2)$, не вычисляя коэффициентов.
5	Вычислить a_{10} – коэффициент ряда Фурье для функции $f(x) = \sqrt{x}$ на отрезке $[-2; 2]$.
6	$S(x)$ – сумма ряда Фурье для функции $f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$. Найти $S(0)$.
7	Сколько стационарных точек имеет функция $f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$?
8	Сколько точек экстремума имеет функция $f(x, y) = 4(x - y) - x^2 - y^2$.
9	Найти наибольшее значение функции $f(x, y) = x^2 - y^2$ в круге $x^2 + y^2 \leq 4$.
10	Найти наименьшее значение функции $f(x, y) = xy^2 - x - y$ в треугольнике с вершинами $A(0; 0)$, $B(1; 1)$, $C(0; 1)$.
11	Уравнение $xy^2 - x^3 - y = 0$ задает функцию $y(x)$ в окрестности точки $(0; 0)$. Найти $y'(0)$.

12	Поверхность задана уравнением $2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2z - 11 = 0$. Проходит ли она через начало координат?
13	Найти уравнение касательной плоскости к поверхности $3(x - y) - x^2 - y^2 + z^2 = 0$ в точке (2; 2; 0).
14	Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_1^2 dx \int_{x^2}^4 f(x, y) dy$.
15	Какое из выражений является полным дифференциалом? 1) $ydx + xdy$ 2) $ydx - xdy$ 3) $ydx - xydy$
16	Найти объем тела, определенного неравенствами $0 \leq z \leq 4 - x - y$, $x + y \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.
17	Найти криволинейный интеграл 2-го рода $\oint Pdx + Qdy$ по границе ABCA треугольника с вершинами A(0; 0), B(1; 1), C(0; 1), если известно, что $\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \equiv 1$?
18	Найти криволинейный интеграл 2-го рода $\oint Pdx + Qdy$ по границе ABCA треугольника с вершинами A(0; 0), B(1; 1), C(0; 1), если известно, что $\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \equiv 0$?
19	Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода $\oint xdx + dy$ по границе сектора круга $x^2 + y^2 \leq 1$ $0 \leq x$, $0 \leq y$.
20	Градиент функции $f(x, y, z)$ в некоторой точке равен $\nabla f = 4\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \sqrt{5}\mathbf{k}$. Вычислить производную функции f в этой точке по направлению вектора ∇f .
21	Вычислить дивергенцию векторного поля $F(x, y, z) = x\mathbf{i} - xy\mathbf{j} + xyz\mathbf{k}$ в точке (1; -1; 2).
22	Вычислить ротор векторного поля $F(x, y, z) = x\mathbf{i} - xy\mathbf{j} + xyz\mathbf{k}$ в точке (1; -1; 2).