

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
 федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
 высшего образования  
 «Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и  
 дизайна»  
 (СПбГУПТД)

УТВЕРЖДАЮ  
 Директор ВШТЭ



## Рабочая программа дисциплины

**Б1.О.22** Численные методы

Учебный план: \_\_\_\_\_ ФГОС3++b010302-2\_22-14.plx

Кафедра:  Прикладной математики и информатики

Направление подготовки:  
 (специальность) 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки:  
 (специализация) Прикладная математика и информатика

Уровень образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

### План учебного процесса

Семестр (курс для ЗАО)		Контактная работа обучающихся		Сам. работа	Контроль, час.	Трудоё мкость, ЗЕТ	Форма промежуточной аттестации
		Лекции	Практ. занятия				
4	УП	34	34	40	36	4	Экзамен
	РПД	34	34	40	36	4	
Итого	УП	34	34	40	36	4	
	РПД	34	34	40	36	4	

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утверждённым приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 г. № 9

Составитель (и):

Старший преподаватель

Леонова Н.Л.

От кафедры составителя:

Заведующий кафедрой прикладной математики и информатики

Яковлев В.П.

От выпускающей кафедры:

Заведующий кафедрой

Яковлев В.П.

Методический отдел:

Смирнова В.Г.

## 1 ВВЕДЕНИЕ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ

- 1.1 Цель дисциплины:**
- приобретение обучающимися навыков, необходимых для применения математических методов в практической деятельности и в исследованиях;
  - ознакомление обучающихся с понятиями, фактами и методами, составляющими теоретические основы численных методов;
  - изучение основных приемов разработки и применения на практике методов решения на компьютерах различных математических задач, возникающих как в теории, так и в приложениях к различным областям математики, физике, механике, химии и т.п.
  - приобретение знаний, умений и навыков знаниями по использованию современных математических пакетов для решения практических задач.

### 1.2 Задачи дисциплины:

- изучить теоретические основы современных концепций и моделей численных методов и математического моделирования;
- научить применению алгоритмов численных методов и разработанных математических пакетов в области вычислительной математики для решения актуальных инженерных и экономических задач;
- научить понимать, какие численные методы лежат в основе широко используемых пакетов программ (например, Ms Excel, MathCad, MATLAB, MATHEMATICA и т.п.).

### 1.3 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Предварительная подготовка предполагает создание основы для формирования компетенций, указанных в п. 2, при изучении дисциплин:

Физика

Алгебра и геометрия

Информатика

Комплексный анализ

Математический анализ

## 2 КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

<b>ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>
<b>Знать:</b> основные алгоритмы и способы применения численных методов
<b>Уметь:</b> применять базовые пакеты прикладных программ в области численных методов для решения современных задач в профессиональной деятельности.
<b>Владеть:</b> навыками по математической формулировке практических задач, планированию этапов их решения, выбору рациональных методов решения, проведению вычислений и обработке результатов вычислений.
<b>ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности</b>
<b>Знать:</b> математические модели численных методов, используемые для решения задач в области профессиональной деятельности.
<b>Уметь:</b> применять и модифицировать математические модели численных методов для решения задач в области профессиональной деятельности.
<b>Владеть:</b> навыками применения и модификации математических моделей численных методов для решения задач в области профессиональной деятельности.

### 3 РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Наименование и содержание разделов, тем и учебных занятий	Семестр (курс для ЗАО)	Контактная работа		СР (часы)	Инновац. формы занятий	Форма текущего контроля
		Лек. (часы)	Пр. (часы)			
Раздел 1. Основные сведения из теории погрешностей.	4					О
Тема 1. Введение в численные методы.  Предмет "Вычислительная математика и численные методы". Вычислительный эксперимент. Погрешности вычислительного эксперимента.		1	2	3		
Тема 2. Элементы теории погрешностей.  Источники погрешностей. Значение и верные цифры числа. Абсолютная и относительная погрешности. Теоремы о погрешности суммы, разности, произведения и частного. Погрешность вычисления функции при заданных погрешностях значений аргументов.		1	2	3	АС	
Раздел 2. Решение нелинейных (алгебраических и трансцендентных) уравнений. Системы линейных и нелинейных уравнений.						
Тема 3. Этапы численного решения нелинейных уравнений.  Отделение и уточнение корней. Метод дихотомии, метод хорд и секущих, метод Ньютона и метод простой итерации. Оценка точности решений. Геометрическая интерпретация методов. Применение различных программных сред для реализации алгоритмов.		4	4	4		О

<p>Тема 4. Решение систем линейных уравнений</p> <p>Метод обратной матрицы. Метод Гаусса исключения неизвестных. Условия применимости метода Гаусса. Метод простой итерации, понятие нормы вектора, условие сходимости итераций. Метод Зейделя. Метод касательных (Ньютона) для системы двух уравнений. Геометрическая иллюстрация. Метод простой итерации. Достаточные условия сходимости итераций. Применение различных программных сред для реализации алгоритмов.</p>	4	4	4		
<p>Раздел 3. Интерполяция и аппроксимация экспериментальных данных.</p>					
<p>Тема 5. Постановка задачи аппроксимации.</p> <p>Вывод системы уравнений для коэффициентов аппроксимирующего многочлена. Понятие обобщенного многочлена. Аппроксимация линейной и квадратичной зависимостью. Метод наименьших квадратов и его реализация в стандартных математических программных средах.</p>	4	3	4		O
<p>Тема 6. Интерполяция.</p> <p>Построение интерполяционного полинома. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Теорема о погрешности интерполяции. Интерполяционные многочлены Ньютона. конечные разности. Прямая и обратная интерполяция. Интерполирование квадратичными и кубическими сплайнами. Применение различных программных сред для реализации алгоритмов.</p>	4	3	4		
<p>Раздел 4. Численное интегрирование и дифференцирование.</p>					
<p>Тема 7. Численное интегрирование.</p> <p>Квадратурные формулы. Вычисление определенных интегралов: метод прямоугольников, методы трапеций и симпсона. Оценка точности численного интегрирования. Понятие о методах вычисления многомерных интегралов. Метод Монте-Карло.</p>	2	2	3		K,O

Тема 8. Численное дифференцирование.  Формулы второго порядка точности для вычисления первой производной в начальном, конечном и внутреннем узлах. Формула второго порядка точности для вычисления второй производной во внутренних узлах.	2	2	3		
Раздел 5. Численное решение дифференциальных уравнений					
Тема 9. Постановка задачи Коши и ее численные решения.  Метод Эйлера и улучшенный метод Эйлера для уравнения 1-го порядка. Метод Рунге-Кутты. Оценка погрешности решения. Решение задачи Коши для систем уравнений 1-го и 2-го порядка. Движение материальной точки по орбите вокруг притягивающего центра. Методы прогноза. Метод Адамса.	6	6	6		
Тема 10. Решение дифференциальных уравнений в частных производных.  Постановка начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности с одной пространственной переменной. Построение расчетной сетки. Переход от дифференциального уравнения к системе алгебраических уравнений в узлах сетки. Явная схема вычислений. Условия устойчивости и сходимости приближенных решений. Постановка начально-краевой задачи для уравнения колебаний струны. Переход от дифференциального уравнения к системе алгебраических уравнений. Явная схема вычислений. Условия устойчивости и сходимости приближенных решений. Постановка краевой задачи для уравнения Лапласа с двумя независимыми переменными. Переход от дифференциального уравнения к системе алгебраических уравнений в узлах сетки. Итерационный метод решения системы алгебраических уравнений.	6	6	6		0
Итого в семестре (на курсе для ЗАО)	34	34	40		
Консультации и промежуточная аттестация (Экзамен)		2,5	33,5		
<b>Всего контактная работа и СР по дисциплине</b>		70,5	73,5		

#### 4 КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Курсовое проектирование учебным планом не предусмотрено

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 5.1 Описание показателей, критериев и системы оценивания результатов обучения

#### 5.1.1 Показатели оценивания

Код компетенции	Показатели оценивания результатов обучения	Наименование оценочного средства
ОПК-1	1. Излагает базовые теоретические положения по дисциплине, 2. Анализирует выбор численных методов при решении задач. 3. Демонстрирует умения выбрать численные методов при решении конкретных практических задач.	Вопросы устного собеседования Практико-ориентированные задания
ОПК-3	1. Владеет методами построения математических и компьютерных моделей. Может интерпретировать полученные результаты, делает выводы об адекватности той или иной модели. 2. Способен выбрать прикладное программное средство для проведения компьютерного эксперимента и обосновать свой выбор. 3. Применяет математическое и компьютерное моделирование в решении практических задач разных областей знания.	Вопросы устного собеседования Практико-ориентированные задания

#### 5.1.2 Система и критерии оценивания

Шкала оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций	
	Устное собеседование	Письменная работа
5 (отлично)	Полный, исчерпывающий ответ, явно демонстрирующий глубокое понимание предмета и широкую эрудицию в оцениваемой области. Критический, оригинальный подход к материалу.	
4 (хорошо)	Ответ стандартный, в целом качественный, основан на всех обязательных источниках информации. Присутствуют небольшие пробелы в знаниях или несущественные ошибки.	
3 (удовлетворительно)	Ответ неполный, основанный только на лекционных материалах. При понимании сущности предмета в целом существенные ошибки или пробелы в знаниях сразу по нескольким темам, незнание (путаница) важных терминов.	
2 (неудовлетворительно)	Неспособность ответить на вопрос без помощи экзаменатора. Незнание значительной части принципиально важных элементов дисциплины. Многочисленные грубые ошибки.	

### 5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

#### 5.2.1 Перечень контрольных вопросов

№ п/п	Формулировки вопросов
Семестр 4	
1	Решение систем двух нелинейных алгебраических уравнений методом касательных (Ньютона). Геометрическая иллюстрация.
2	Метод простой итерации для систем двух нелинейных алгебраических уравнений. Достаточные условия сходимости итераций.
3	Интерполирование функций, заданных массивом (таблицей): многочлен Лагранжа. Теорема о погрешности интерполяции (без доказательства).
4	Интерполирование функций, заданных массивом (таблицей): многочлен Ньютона. Конечные разности. Прямая и обратная интерполяция.
5	Интерполирование функций квадратичными сплайнами.
6	Интерполирование функций кубическими сплайнами.
7	Аппроксимация функций методом наименьших квадратов.

8	Вычисление определенных интегралов: методом трапеций. Оценка точности численного интегрирования.
9	Вычисление определенных интегралов: методом Симпсона. Оценка точности численного интегрирования.
10	Вычисление определенных интегралов: методом прямоугольников. Оценка точности численного интегрирования.
11	Вычисление определенных интегралов: методом Монте-Карло. Оценка точности численного интегрирования.
12	Понятие о методах вычисления многомерных интегралов.
13	Численное дифференцирование: формулы второго порядка точности для вычисления первой производной в начальном и конечном узлах.
14	Численное дифференцирование: формулы второго порядка точности для вычисления первой производной во внутренних узлах.
15	Постановка задачи с начальными данными для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Метод Эйлера
16	Улучшенный метод Эйлера решения задачи с начальными данными для дифференциального уравнения 1-го порядка. Оценка погрешности решения.
17	Метод Рунге-Кутты решения задачи с начальными данными для дифференциального уравнения 1-го порядка. Оценка погрешности решения.
18	Решение задачи с начальными данными для систем дифференциальных уравнений 1-го порядка и для уравнения 2-го порядка.
19	Краевые задачи для дифференциального уравнения 2-го порядка: Метод пристрелки. Частный случай: линейное уравнение 2-го порядка.
20	Краевые задачи для дифференциального уравнения 2-го порядка: Метод сведения краевой задаче к системе алгебраических уравнений.
21	Метод конечных разностей для уравнения теплопроводности: постановка начально-краевой задачи, построение расчетной сетки. Переход от дифференциального уравнения к системе алгебраических уравнений в узлах сетки.
22	Метод конечных разностей для уравнения теплопроводности: явная схема вычисления приближенных решений в узлах сетки. Условия устойчивости и сходимости приближенных решений.
23	Метод конечных разностей для уравнения колебаний струны: постановка начально-краевой задачи, построение расчетной сетки. Переход от дифференциального уравнения к системе алгебраических уравнений в узлах сетки.
24	Метод конечных разностей для уравнения колебаний струны: явная схема вычисления приближенных решений в узлах сетки. Условия устойчивости и сходимости приближенных решений.
25	Метод конечных разностей для уравнения Пуассона: постановка краевой задачи, построение расчетной сетки. Переход от дифференциального уравнения к системе алгебраических уравнений.
26	Метод конечных разностей для уравнения Пуассона: итерационный метод решения системы алгебраических уравнений в узлах сетки.
27	Источники погрешностей. Значащие и верные цифры числа. Абсолютная и относительная погрешности.
28	Теоремы о погрешности суммы, разности, произведения и частного. Погрешность вычисления функции при заданных погрешностях значений аргументов.
29	Решение нелинейных (алгебраических и трансцендентных) уравнений методом бисекций.
30	Решение нелинейных (алгебраических и трансцендентных) уравнений методом хорд. Возможная неединственность решений и отделение корней.
31	Решение нелинейных (алгебраических и трансцендентных) уравнений методом касательных.
32	Решение нелинейных (алгебраических и трансцендентных) уравнений методом простой итерации. Геометрическая интерпретация.
33	Системы линейных алгебраических уравнений: метод обратной матрицы и метод Гаусса исключения неизвестных. Условия применимости метода Гаусса.
34	Системы линейных алгебраических уравнений: метод простой итерации, понятие нормы вектора, условие сходимости итераций.
35	Решение систем линейных уравнений методом Зейделя.

### 5.2.2 Типовые тестовые задания

Не предусмотрено.

### 5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

Типовые практико-ориентированные задания находятся в приложении к данной РПД.



### 5.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, владений (навыков и (или) практического опыта деятельности)

#### 5.3.1 Условия допуска обучающегося к промежуточной аттестации и порядок ликвидации академической задолженности

Проведение промежуточной аттестации регламентировано локальным нормативным актом СПбГУПТД «Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся»

#### 5.3.2 Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Устная  Письменная  Компьютерное тестирование  Иная

#### 5.3.3 Особенности проведения промежуточной аттестации по дисциплине

- Возможность пользоваться справочным материалом;
- Время на подготовку ответа по билету 30 минут.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1 Учебная литература

Автор	Заглавие	Издательство	Год издания	Ссылка
<b>6.1.1 Основная учебная литература</b>				
Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.	Численные методы.—9-е изд., электрон	Москва: Лаборатория знаний	2020	<a href="https://ibooks.ru/reading.php?short=1&amp;productid=366176">https://ibooks.ru/reading.php?short=1&amp;productid=366176</a>
Гарифуллин, М. Ф.	Численные методы интегрирования дифференциальных уравнений	Москва: Техносфера	2020	<a href="https://www.iprbooks.hop.ru/99103.html">https://www.iprbooks.hop.ru/99103.html</a>
<b>6.1.2 Дополнительная учебная литература</b>				
Колдаев В.Д., Гагарина Л.Г.	Численные методы и программирование	Москва: Форум	2022	<a href="https://ibooks.ru/reading.php?short=1&amp;productid=361703">https://ibooks.ru/reading.php?short=1&amp;productid=361703</a>
Краюткина, Е. В.	Численные методы в научных расчетах	Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет	2019	<a href="http://www.iprbooks.hop.ru/99474.html">http://www.iprbooks.hop.ru/99474.html</a>
Гулин А.В., Мажорова О.С., Морозова В.А.	Введение в численные методы в задачах и упражнениях	Москва: Инфра-М	2019	<a href="https://ibooks.ru/reading.php?short=1&amp;productid=361212">https://ibooks.ru/reading.php?short=1&amp;productid=361212</a>

### 6.2 Перечень профессиональных баз данных и информационно-справочных систем

Электронно-библиотечная система IPRbooks [Электронный ресурс]. URL: <http://www.iprbookshop.ru/>  
Электронная библиотека ВШТЭ СПб ГУПТД [Электронный ресурс]. URL: <http://nizrp.narod.ru>  
Электронно-библиотечная система «Айбукс» [Электронный ресурс]. URL: <https://www.ibooks.ru/>

### 6.3 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

MicrosoftOfficeProfessional 2013  
PTC Mathcad 15  
MicrosoftWindows 8

### 6.4 Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аудитория	Оснащение
Лекционная аудитория	Мультимедийное оборудование, специализированная мебель, доска
Компьютерный класс	Мультимедийное оборудование, компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду

## Приложение

рабочей программы дисциплины Численные методы

по направлению подготовки Прикладная математика и информатика  
наименование ОП (профиля): Прикладная математика и информатика

## 5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

№ п/п	Условия типовых практико-ориентированных заданий (задач, кейсов)																					
Семестр 4																						
1	<p>Вычислить на ЭВМ (MS Excel) интеграл заданной функции <math>f(x)</math> на отрезке <math>[a, b]</math> с точностью <math>10^{-4}</math> методами, указанными преподавателем. Сравнить точность полученных результатов с точным значением интеграла.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Вариант</th> <th>Подынтегральная функция</th> <th colspan="2">Пределы интегрирования</th> </tr> <tr> <th><math>f(x)</math></th> <th>a</th> <th>b</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;"><math>x \arctg(x)</math></td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">6,5</td> </tr> </tbody> </table>		Вариант	Подынтегральная функция	Пределы интегрирования		$f(x)$	a	b	1	$x \arctg(x)$	5	6,5									
Вариант	Подынтегральная функция	Пределы интегрирования																				
	$f(x)$	a	b																			
1	$x \arctg(x)$	5	6,5																			
2	<p>Определить корни уравнения графически и уточнить один из них итерационными методами (методом деления отрезка пополам, методом Ньютона, методом простой итерации) с точностью 0,01: <math>x^3 + x - 2 = 0</math></p>																					
3	<p>Решить задачу Коши методами Эйлера, модифицированным методом и методом Рунге-Кутты на заданном отрезке: <math>y' = x(y^2 + 1)</math>, <math>[1, 3]</math></p>																					
4	<p>Д.И. Менделеев в труде «Основы химии» приводит данные растворимости у натриевой селитры <math>NaNO_3</math> на 100 г воды в зависимости от температуры <math>t^\circ</math>:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tbody> <tr> <td><math>t^\circ</math></td> <td>0</td> <td>4</td> <td>10</td> <td>15</td> <td>21</td> <td>29</td> <td>35</td> <td>51</td> <td>68</td> </tr> <tr> <td><math>y_i</math></td> <td>66,7</td> <td>71,0</td> <td>76,3</td> <td>80,6</td> <td>85,7</td> <td>92,9</td> <td>99,4</td> <td>113,6</td> <td>125,1</td> </tr> </tbody> </table> <p>Соответствующая зависимость может быть представлена линейной функцией <math>y = kt + b</math>.</p> <p>Требуется найти аппроксимирующую (приближаемую) функцию в предположении, что она является линейной.</p>		$t^\circ$	0	4	10	15	21	29	35	51	68	$y_i$	66,7	71,0	76,3	80,6	85,7	92,9	99,4	113,6	125,1
$t^\circ$	0	4	10	15	21	29	35	51	68													
$y_i$	66,7	71,0	76,3	80,6	85,7	92,9	99,4	113,6	125,1													