

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и  
дизайна»  
(СПбГУПТД)

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ВШТЭ



## Рабочая программа дисциплины

**Б1.О.29** Уравнения математической физики

Учебный план: \_\_\_\_\_ ФГОС3++b010302-34\_22-14.plx

Кафедра:  Высшей математики

Направление подготовки:  
(специальность) 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Прикладная математика и информатика  
(специализация)

Уровень образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

### План учебного процесса

| Семестр<br>(курс для ЗАО) | Контактная работа<br>обучающихся |                   | Сам.<br>работа | Контроль,<br>час. | Трудоё<br>мкость,<br>ЗЕТ | Форма<br>промежуточной<br>аттестации |
|---------------------------|----------------------------------|-------------------|----------------|-------------------|--------------------------|--------------------------------------|
|                           | Лекции                           | Практ.<br>занятия |                |                   |                          |                                      |
| 5                         | УП                               | 34                | 51             | 59                | 36                       | Экзамен                              |
|                           | РПД                              | 34                | 51             | 59                | 36                       |                                      |
| Итого                     | УП                               | 34                | 51             | 59                | 36                       |                                      |
|                           | РПД                              | 34                | 51             | 59                | 36                       |                                      |

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утверждённым приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 г. № 9

Составитель (и):

Кандидат физ-мат. наук, доцент

Юдовин М.Э.

От кафедры составителя:

Заведующий кафедрой высшей математики

Иванов Б.Ф.

От выпускающей кафедры:

Заведующий кафедрой

Яковлев В.П.

Методический отдел:

Смирнова В.Г.

## 1 ВВЕДЕНИЕ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ

**1.1 Цель дисциплины:** закладка математического фундамента как средства изучения окружающего мира для успешного освоения дисциплин естественнонаучного и профессионального циклов.

### 1.2 Задачи дисциплины:

- привитие и развитие математического мышления,
- воспитание достаточно высокой математической культуры,
- освоение обучаемыми математических методов и основ математического моделирования.

### 1.3 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Предварительная подготовка предполагает создание основы для формирования компетенций, указанных в п. 2, при изучении дисциплин:

Дифференциальные уравнения

Численные методы

Математический анализ

## 2 КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

|   |
|---|
| <b>ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b> |
| <b>Знать:</b> базовые теоретические положения в области уравнений математической физики.  |
| <b>Уметь:</b> - использовать базовые теоретические положения дисциплины «Уравнения математической физики» в профессиональной деятельности.                                |
| <b>Владеть:</b> – навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области уравнений математической физики.           |
| <b>ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности</b>   |
| <b>Знать:</b> - математические модели математической физики, используемые для решения задач в области профессиональной деятельности.                                      |
| <b>Уметь:</b> - применять и модифицировать математические модели математической физики для решения задач в области профессиональной деятельности.                         |
| <b>Владеть:</b> – навыками применения и модификации математических моделей математической физики для решения задач в области профессиональной деятельности                |

### 3 РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

| Наименование и содержание разделов, тем и учебных занятий   | Семестр<br>(курс для<br>ЗАО) | Контактная<br>работа |               | СР<br>(часы) | Инновац.<br>формы<br>занятий | Форма<br>текущего<br>контроля |
|---|------------------------------|----------------------|---------------|--------------|------------------------------|-------------------------------|
|   |                              | Лек.<br>(часы)       | Пр.<br>(часы) |              |                              |                               |
| Раздел 1. Нестационарные задачи   | 5                            |                      |               |              |                              | РГР                           |
| Тема 1. Волновое уравнение.<br>Начально-краевая задача для волнового уравнения. Формула Римана. Принцип Дюамеля. Область зависимости. Скорость распространения волны.<br>Энергетическое неравенство. Метод Фурье. |                              | 6                    | 10            | 10           | ИЛ                           |                               |
| Тема 2. Уравнение теплопроводности.<br>Начально-краевая задача для уравнения теплопроводности. Решение в полуплоскости. Принцип максимума. Метод Фурье. Гладкость решения. Принцип максимума.                     |                              | 6                    | 8             | 10           | ИЛ                           |                               |
| Раздел 2. Стационарные задачи   |                              |                      |               |              |                              |                               |
| Тема 3. Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона.<br>Формулы Грина. Гармонические функции и их свойства. Интегральное представление гармонической функции. Принцип максимума.                              |                              | 6                    | 10            | 10           | ИЛ                           | О                             |
| Тема 4. Спектр краевой задачи.<br>Самосопряженный оператор. Собственные числа и собственные функции: существование, свойства, асимптотика.  |                              | 6                    | 8             | 10           | ИЛ                           |                               |
| Раздел 3. Метод конечных разностей  |                              |                      |               |              |                              | РГР,О                         |
| Тема 5. Разностная схема.<br>Метод Эйлера решения задачи Коши. Явные и неявные разностные схемы. Аппроксимация, устойчивость и сходимость.  |                              | 6                    | 8             | 10           | ИЛ                           |                               |
| Тема 6. Метод сеток для уравнения Штурма-Лиувилля.<br>Постановка краевой задачи. Метод прогонки. Аппроксимация, устойчивость и сходимость метода прогонки.  |                              | 4                    | 7             | 9            | ИЛ                           |                               |

|   |  |      |    |      |  |  |
|---|--|------|----|------|--|--|
| Итого в семестре (на курсе для ЗАО)               |  | 34   | 51 | 59   |  |  |
| Консультации и промежуточная аттестация (Экзамен) |  | 2,5  |    | 33,5 |  |  |
| <b>Всего контактная работа и СР по дисциплине</b> |  | 87,5 |    | 92,5 |  |  |

#### 4 КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Курсовое проектирование учебным планом не предусмотрено

#### 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

##### 5.1 Описание показателей, критериев и системы оценивания результатов обучения

##### 5.1.1 Показатели оценивания

| Код компетенции | Показатели оценивания результатов обучения   | Наименование оценочного средства                                    |
|-----------------|--|---|
| ОПК-1           | Демонстрирует знания базовых теоретических положений в области уравнений математической физики.<br>Использует базовые теоретические положения дисциплины «Уравнения математической физики» в профессиональной деятельности.<br>Обладает навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области уравнений математической физики.  | Вопросы устного собеседования.<br>Практико-ориентированные задания. |
| ОПК-3           | Обучен знаниям математических моделей математической физики, используемых для решения задач в области профессиональной деятельности.<br>Применяет и модифицирует математические модели математической физики для решения задач в области профессиональной деятельности.<br>Обладает навыками применения и модификации математических моделей математической физики для решения задач в области профессиональной деятельности | Вопросы устного собеседования.<br>Практико-ориентированные задания. |

##### 5.1.2 Система и критерии оценивания

| Шкала оценивания      | Критерии оценивания сформированности компетенций   |  |
|-----------------------|--|--|
|                       | Устное собеседование   | Письменная работа  |
| 5 (отлично)           | Обучающийся показывает всестороннее и глубокое знание основ теории уравнений математической физики, свободно ориентируется в основных понятиях, терминах и определениях при ответе; усвоил основную и знаком с дополнительной литературой; проявляет творческие способности и широкую эрудицию в использовании учебного материала. | Обучающийся демонстрирует правильное понимание условия задачи, владение навыками его анализа, выбора нужных законов и формул для ее решения, Умеет применять математический аппарат для реализации плана решения задачи и, если это необходимо, может представить его графически. Получил правильный ответ и может его интерпретировать. |
| 4 (хорошо)            | Обучающийся показывает достаточный уровень знаний основ теории уравнений математической физики, ориентируется в основных понятиях и определениях; усвоил основную литературу; допускает незначительные погрешности при ответах на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы преподавателя.                          | Обучающийся демонстрирует достаточное понимание условия задачи, владение навыками его анализа, выбора нужных законов и формул для ее решения, допускает незначительные погрешности при применении математического аппарата для реализации плана решения задачи Получил правильный ответ, но испытывает затруднения с его интерпретацией. |
| 3 (удовлетворительно) | Обучающийся показывает знания учебного материала в минимальном объеме; может сформулировать основные теоремы и определения, но при этом, допуская большое количество принципиальных ошибок; знаком с основной литературой; допускает существенные ошибки в   | Обучающийся вникает в смысл условия задачи, понимает план ее решения, однако, не может в полной мере с помощью математического аппарата реализовать ее решение, может сделать рисунок или схему, поясняющую решение задачи.  |

|                            |  |  |
|----------------------------|--|--|
|                            | ответе на экзамене, но может устранить их под руководством преподавателя.  |  |
| 2<br>(неудовлетворительно) | Обучающийся не имеет достаточного уровня знания дисциплины; не может сформулировать основные теоремы и определения, плохо ориентируется в основных понятиях и определениях; плохо знаком с основной литературой; допускает при ответе на экзамене существенные ошибки и не может устранить их даже под руководством преподавателя.<br>Попытка списывания, использования неразрешенных технических устройств или пользование подсказкой другого человека. | Обучающийся не может проанализировать условие задачи, наметить план ее решения, не владеет математическим аппаратом. Представление чужой работы, отказ от выполнения задания |

## 5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

### 5.2.1 Перечень контрольных вопросов

| № п/п     | Формулировки вопросов                                   |
|-----------|---|
| Семестр 5 |   |
| 1         | Интегральное представление гармонической функции.       |
| 2         | Гармонические функции и их свойства.                    |
| 3         | Формулы Грина для оператора Лапласа.                    |
| 4         | Асимптотика собственных чисел.                          |
| 5         | Собственные числа и собственные функции краевой задачи. |
| 6         | Самосопряженный оператор краевой задачи.                |
| 7         | Объемный потенциал.                                     |
| 8         | Сведение краевой задачи к интегральному уравнению       |
| 9         | Потенциал двойного слоя.                                |
| 10        | Потенциал простого слоя.                                |
| 11        | Аппроксимация, устойчивость и сходимость.               |
| 12        | Явные и неявные разностные схемы.                       |
| 13        | Метод Эйлера решения задачи Коши.                       |
| 14        | Метод Фурье решения начально-краевой задачи.            |
| 15        | Принцип Дюамеля.  |
| 16        | Энергетическое неравенство.                             |
| 17        | Начально-краевая задача для волнового уравнения.        |
| 18        | Задача Коши для бесконечной струны. Формула Римана.     |
| 19        | Волновое уравнение. Решения типа плоской волны.         |
| 20        | Гладкость решения.                                      |
| 21        | Метод Фурье решения начально-краевой задачи.            |
| 22        | Принцип максимума для уравнения теплопроводности.       |
| 23        | Начально-краевая задача для уравнения теплопроводности. |
| 24        | Решение задачи Коши в полуплоскости.                    |
| 25        | Тепловые потенциалы для уравнения теплопроводности      |
| 26        | Краевая задача для уравнения Пуассона в круге.          |
| 27        | Принцип максимума для гармонических функций.            |

### 5.2.2 Типовые тестовые задания

Не предусмотрено.

### 5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы) находятся в приложении к данной РПД.

### 5.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, владений (навыков и (или) практического опыта деятельности)

#### 5.3.1 Условия допуска обучающегося к промежуточной аттестации и порядок ликвидации академической задолженности

Проведение промежуточной аттестации регламентировано локальным нормативным актом СПбГУПТД «Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся»

#### 5.3.2 Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Устная  Письменная  Компьютерное тестирование  Иная

#### 5.3.3 Особенности проведения промежуточной аттестации по дисциплине

- Возможность пользоваться справочными таблицами;
- Время на подготовку ответа по билету 45

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1 Учебная литература

| Автор   | Заглавие   | Издательство   | Год издания | Ссылка  |
|---|--|--|-------------|---|
| <b>6.1.1 Основная учебная литература</b>            |  |  |             |   |
| Дзержинский, Р. И.,<br>Логинов, В. А.               | Уравнения<br>математической физики   | Москва: Московская<br>государственная<br>академия водного<br>транспорта    | 2015        | <a href="http://www.iprbooks.hop.ru/46875.html">http://www.iprbooks.hop.ru/46875.html</a>                     |
| Пичугин Б. Ю.,<br>Пичугина А. Н.                    | Уравнения<br>математической физики   | Омск: Омский<br>государственный<br>университет им. Ф.М.<br>Достоевского    | 2016        | <a href="http://www.iprbooks.hop.ru/59669.html">http://www.iprbooks.hop.ru/59669.html</a>                     |
| <b>6.1.2 Дополнительная учебная литература</b>      |  |  |             |   |
| Т.А. Забавникова,<br>Н.Ю. Косовская,<br>И.Ю. Малова | Линейная алгебра [Текст]:<br>методические указания по<br>выполнению расчетно-<br>графической работы и<br>индивидуальные задания<br>для студентов очной<br>формы обучения. I<br>семестр | М-во образования и<br>науки РФ, ВШТЭ<br>СПбГУПТД. – СПб.:<br>ВШТЭ СПбГУПТД | 2016        | <a href="http://www.nizrp.narod.ru/metod/kafvysmat/7.pdf">http://www.nizrp.narod.ru/metod/kafvysmat/7.pdf</a> |
| О.Е. Куляхтина [и<br>др.]                           | Уравнения<br>математической физики<br>[Текст]: методические<br>указания для студентов<br>вечернего и заочного<br>отделений   | М-во образования и<br>науки РФ, СПбГТУРП. –<br>СПб.: СПбГТУРП              | 2014        | <a href="http://www.nizrp.narod.ru/metod/kafvysmat/4.pdf">http://www.nizrp.narod.ru/metod/kafvysmat/4.pdf</a> |

### 6.2 Перечень профессиональных баз данных и информационно-справочных систем

1. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» [Электронный ресурс]. URL: <http://window.edu.ru/>
2. Электронная библиотека "IPRbooks". [Электронный ресурс]. URL: <http://www.iprbookshop.ru/>

### 6.3 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

MicrosoftWindows 8  
MicrosoftOfficeProfessional 2013  
PTC Mathcad 15

### 6.4 Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

| Аудитория            | Оснащение   |
|----------------------|---|
| Лекционная аудитория | Мультимедийное оборудование, специализированная мебель, доска |
| Учебная аудитория    | Специализированная мебель, доска                              |



Приложение

рабочей программы дисциплины Уравнения математической физики

наименование дисциплины

по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

наименование ОП (профиля): Прикладная математика и информатика

5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

| № п/п     | Условия типовых практико-ориентированных заданий (задач, кейсов)  |
|-----------|---|
| Семестр 5 |   |
| 1         | <p><math>u(x, y)</math> - гармоническая функция в круге <math>x^2 + y^2 &lt; 1</math>, а на границе круга <math>u(x, y) = x</math>. Пусть <math>(x_0; y_0)</math> некоторая точка внутри круга. Какое из следующих равенств невозможно?</p> <p>1) <math>u(x_0; y_0) = 0</math> 2) <math>u(x_0; y_0) = 0,5</math> 3) <math>u(x_0; y_0) = -0,5</math> 4) <math>u(x_0; y_0) = 1,5</math></p> |
| 2         | <p><math>u_1(x, y), u_2(x, y)</math> - решения уравнения <math>u_{xx} + u_{yy} = f</math> в области <math>\Omega</math>. Известно, что <math>u_1(x, y) _{\Gamma} \geq u_2(x, y) _{\Gamma}</math>, где <math>\Gamma</math> – граница <math>\Omega</math>. Верно ли это неравенство внутри <math>\Omega</math>?</p>   |
| 3         | <p><math>u_1(x, y), u_2(x, y)</math> - решения уравнения <math>u_{xx} - u_{yy} = f(x, y)</math> в области <math>\Omega</math>. Известно, что, <math>u_1 \leq u_2</math> на всей границе области <math>\Omega</math>. Следует ли отсюда, что это неравенство верно и внутри <math>\Omega</math>?</p>   |
| 4         | <p><math>u_{tt} - 4u_{xx} = 0, t &gt; 0, -\infty &lt; x &lt; +\infty</math></p> <p><math>u(x, 0) \equiv 0, u_t(x, 0) = \begin{cases} 1, &amp; x \in (0; 2) \\ 0, &amp; x \notin (0; 2) \end{cases}</math> Вычислить <math>u(3, 1)</math></p>  |
| 5         | <p>Бесконечная струна имеет в начальный момент форму</p> <p><math>u(x, 0) = \begin{cases} \sqrt{1 -  x }, &amp;  x  \leq 1 \\ 0, &amp;  x  &gt; 1 \end{cases}</math>. Начальная скорость равна нулю. Уравнение струны <math>u_{tt} - 2u_{xx} = 0</math>.<br/>Найти полную энергию струны при <math>t = 360</math>.</p>  |
| 6         | <p>Чему равна скорость распространения плоской волны для уравнения <math>3u_{tt} - u_{xx} = 0</math>?</p> <p>1) 1 2) 3 3) 1/3 4) <math>1/\sqrt{3}</math></p>  |
| 7         | <p>Какому условию должны удовлетворять коэффициенты уравнения <math>Au_{tt} + 2Bu_{xt} + Cu_{xx} = 0</math>, чтобы оно имело решения типа плоской волны?</p>  |
| 8         | <p>Два физических процесса описываются уравнениями</p> <p>1) <math>u_{tt} - u_{xx} = 0</math> и 2) <math>u_t - u_{xx} = 0</math> соответственно. В каком из них оба направления хода времени <math>t</math> равноправны?</p>  |
| 9         | <p>Имеет ли решение задача <math>\Delta u = 0, (x, y, z) \in \Omega, \frac{\partial u}{\partial n} \Big _{\partial\Omega} = 1</math> ?</p>  |
| 10        | <p><math>u(x, t)</math> – решение уравнения <math>u_t = u_{xx}, 0 &lt; x &lt; 2, 0 &lt; t &lt; +\infty</math>, удовлетворяющее условиям <math>u(0, t) = u(2, t) = 0, u(x, 0) = 2x - x^2</math><br/>Может ли при этом быть, что <math>u(1, 1) = 2</math> ?</p>   |

