

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и  
дизайна»  
(СПбГУПТД)

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ВШТЭ



## Рабочая программа дисциплины

**Б1.О.28** Дифференциальные уравнения

Учебный план: \_\_\_\_\_ ФГОСЗ++b010302БИ-1\_22-14.plx

Кафедра:  Высшей математики

Направление подготовки:  
(специальность) 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки:  
(специализация) Биоинформатика

Уровень образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

### План учебного процесса

Семестр (курс для ЗАО)		Контактная работа обучающихся		Сам. работа	Контроль, час.	Трудоё мкость, ЗЕТ	Форма промежуточной аттестации
		Лекции	Практ. занятия				
4	УП	17	34	21	36	3	Экзамен
	РПД	17	34	21	36	3	
5	УП	34	34	40	36	4	Экзамен
	РПД	34	34	40	36	4	
Итого	УП	51	68	61	72	7	
	РПД	51	68	61	72	7	

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утверждённым приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 г. № 9

Составитель (и):

Кандидат физ.-мат. наук, доцент

Юдовин М.Э.

От кафедры составителя:

Заведующий кафедрой высшей математики

Иванов Б.Ф.

От выпускающей кафедры:

Заведующий кафедрой

Яковлев В.П.

Методический отдел:

Смирнова В.Г.

## 1 ВВЕДЕНИЕ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ

**1.1 Цель дисциплины:** закладка математического фундамента как средства изучения окружающего мира для успешного освоения дисциплин естественнонаучного и профессионального циклов.

**1.2 Задачи дисциплины:**

- развитие и развитие математического мышления,
- воспитание достаточно высокой математической культуры,
- освоение обучающимися математических методов и основ математического моделирования.

**1.3 Требования к предварительной подготовке обучающегося:**

Предварительная подготовка предполагает создание основы для формирования компетенций, указанных в п. 2, при изучении дисциплин:

Информатика

Физика

Алгебра и геометрия

Математический анализ

## 2 КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

<b>ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>
<b>Знать:</b> базовые теоретические положения в области дифференциальных уравнений.
<b>Уметь:</b> использовать базовые теоретические положения дисциплины «Дифференциальные уравнения» в профессиональной деятельности.
<b>Владеть:</b> навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области дифференциальных уравнений.
<b>ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности</b>
<b>Знать:</b> математические модели дифференциальных уравнений, используемые для решения задач в области профессиональной деятельности.
<b>Уметь:</b> применять и модифицировать математические модели дифференциальных уравнений для решения задач в области профессиональной деятельности.
<b>Владеть:</b> навыками применения и модификации математических моделей дифференциальных уравнений для решения задач в области профессиональной деятельности

### 3 РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Наименование и содержание разделов, тем и учебных занятий	Семестр (курс для ЗАО)	Контактная работа		СР (часы)	Инновац. формы занятий	Форма текущего контроля
		Лек. (часы)	Пр. (часы)			
Раздел 1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка						К
Тема 1. Дифференциальные уравнения основные понятия Общее и частное решение ДУ, задача Коши, краевая задача, геометрическое истолкование, изоклины, уравнения в полных дифференциалах. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.		4	9	4	ИЛ	
Тема 2. Дифференциальные уравнения, сводящиеся к квадратурам. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные ДУ, линейные уравнения, уравнение Бернулли. Уравнения Лагранжа и Клеро.		4	10	4	ИЛ	
Раздел 2. Дифференциальные уравнения 2-го порядка	4					К
Тема 3. Уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка. Уравнения, не содержащие неизвестной функции. Уравнения, не содержащие 1-й производной. Уравнение нелинейного колебания маятника. Упругий стержень.		5	6	3	ИЛ	
Тема 4. Линейные уравнения второго порядка с переменными коэффициентами Свойства решений. Принцип суперпозиции. Структура общего решения однородного и неоднородного решений. Метод вариации произвольных постоянных.		2	5	6	ИЛ	
Тема 5. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами Однородные и неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, связь с теорией колебаний, явление резонанса.		2	4	4	ИЛ	
Итого в семестре (на курсе для ЗАО)		17	34	21		

Консультации и промежуточная аттестация (Экзамен)		2,5	33,5		
Раздел 3. Системы линейных дифференциальных уравнений					
Тема 6. Системы линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Свойства решений. Фундаментальная матрица. Структура общего решения однородного и неоднородного решений.		8	8	8	ИЛ
Тема 7. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Системы с постоянными коэффициентами – однородные и неоднородные. Построение фундаментальной матрицы. Представление решения через фундаментальную матрицу. Оценка решения задачи Коши. Метод вариации произвольных постоянных.		5	8	8	ИЛ
Раздел 4. Теоремы существования и непрерывной зависимости решения	5				
Тема 8. Непрерывная зависимость решения. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от параметров и начальных данных. Дифференцируемость решения задачи Коши от параметров и начальных данных.		11	8	10	ИЛ
Тема 9. Теоремы существования решений. Теорема существования решения задачи Коши для линейной системы. Теорема существования решения задачи Коши для системы общего вида. Теорема о неподвижной точке. Теорема Пикара.		10	10	14	ИЛ
Итого в семестре (на курсе для ЗАО)		34	34	40	
Консультации и промежуточная аттестация (Экзамен)		2,5	33,5		
<b>Всего контактная работа и СР по дисциплине</b>		124	128		

#### 4 КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Курсовое проектирование учебным планом не предусмотрено

#### 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

##### 5.1 Описание показателей, критериев и системы оценивания результатов обучения

##### 5.1.1 Показатели оценивания

Код компетенции	Показатели оценивания результатов обучения	Наименование оценочного средства
ОПК-1	Демонстрирует знания базовых теоретических положений в	Вопросы устного

	<p>области дифференциальных уравнений. Использует базовые теоретические положения дисциплины «Дифференциальные уравнения» в профессиональной деятельности.</p> <p>Обладает навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области дифференциальных уравнений</p>	<p>собеседования. Практико-ориентированные задания.</p>
ОПК-3	<p>Знает математические модели дифференциальных уравнений, используемые для решения задач в области профессиональной деятельности.</p> <p>Применяет и модифицирует математические модели дифференциальных уравнений для решения задач в области профессиональной деятельности.</p> <p>Владеет навыками применения и модификации математических моделей дифференциальных уравнений для решения задач в области профессиональной деятельности.</p>	<p>Вопросы устного собеседования. Практико-ориентированные задания.</p>

### 5.1.2 Система и критерии оценивания

Шкала оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций	
	Устное собеседование	Письменная работа
5 (отлично)	<p>Обучающийся показывает всестороннее и глубокое знание основных типов и методов дифференциальных уравнений. Успешно отвечает на теоретические вопросы и решает все поставленные задачи.</p>	<p>Обучающийся демонстрирует правильное понимание условия задачи, владение навыками его анализа, выбора нужных законов и формул для ее решения. Умеет применять математический аппарат для реализации плана решения задачи и, если это необходимо, может представить его графически. Получил правильный ответ и может его интерпретировать.</p>
4 (хорошо)	<p>Отвечает почти на все поставленные вопросы. В решении задач допускает мелкие ошибки.</p>	<p>Обучающийся демонстрирует достаточное понимание условия задачи, владение навыками его анализа, выбора нужных законов и формул для ее решения.. Допускает незначительные погрешности при применении математического аппарата для реализации плана решения задачи. Получил правильный ответ, но испытывает затруднения с его интерпретацией.</p>
3 (удовлетворительно)	<p>Знает основные факты теории дифференциальных уравнений. Умеет решать простейшие задачи.</p>	<p>Обучающийся вникает в смысл условия задачи, понимает план ее решения, однако, не может в полной мере с помощью математического аппарата реализовать ее решение. Может сделать рисунок или схему, поясняющую решение задачи.</p>
2 (неудовлетворительно)	<p>Не может ответить на основные теоретические вопросы, не может решить простейших задач.</p>	<p>Обучающийся не может проанализировать условие задачи, наметить план ее решения, выбрать соответствующие формулы и законы, не владеет математическим аппаратом. Представление чужой работы, отказ от выполнения задания</p>

## 5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

### 5.2.1 Перечень контрольных вопросов

№ п/п	Формулировки вопросов
Семестр 4	
1	Уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка
2	Дифференциальные уравнения 2-го порядка, основные определения.
3	Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнения Бернулли.
4	Однородные уравнения 1-го порядка.
5	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными
6	Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения 1-го порядка
7	Дифференциальные уравнения 1-го порядка, основные определения.

8	Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.
9	Устойчивость колебаний маятника.
10	Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению,
11	Функция Ляпунова системы.
12	Линеаризация системы.
13	Типы особых точек двумерной линейной системы.
14	Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость.
15	Зависимость решения от параметров.
16	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нелинейной системы.
17	Сжимающие отображения. Теорема о неподвижной точке.
18	Оценка решения задачи Коши для линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
19	Линейная однородная система с постоянными коэффициентами. Матрица коэффициентов имеет комплексные собственные числа. Пример для матрицы $2 \times 2$ .
20	Линейная однородная система с постоянными коэффициентами. Матрица коэффициентов не диагоналізуема.
21	Линейная однородная система с постоянными коэффициентами. Матрица коэффициентов диагоналізуема.
22	Метод вариации произвольных постоянных.
23	Структура общего решения линейной неоднородной системы.
24	Представление решения задачи Коши через фундаментальную матрицу.
25	Структура общего решения линейной однородной системы.
26	Фундаментальная матрица.
27	Пространство решений линейной однородной системы.
28	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейной системы
29	Системы линейных уравнений. Сведение системы к одному уравнению.
30	Явление резонанса
31	Связь линейных уравнений с теорией колебаний.
32	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
33	Общее решение линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами. Комплексные корни характеристического уравнения.
34	Общее решение линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами. Кратные корни характеристического уравнения.
35	Общее решение линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами. Корни характеристического уравнения вещественные и различные
36	Метод вариации произвольных постоянных.
37	Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
38	Свойства решений линейного неоднородного уравнения.
39	Структура общего решения линейного однородного уравнения.
40	Линейные однородные уравнения 2-го порядка, свойства решений
41	Уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка
42	Дифференциальные уравнения 2-го порядка, основные определения.
43	Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнения Бернулли.
44	Однородные уравнения 1-го порядка.
45	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными
46	Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения 1-го порядка
47	Дифференциальные уравнения 1-го порядка, основные определения.
48	Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.
49	Устойчивость колебаний маятника.
50	Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению,
51	Функция Ляпунова системы.
52	Линеаризация системы.
53	Типы особых точек двумерной линейной системы.
54	Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость.
55	Зависимость решения от параметров.
56	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нелинейной системы.

57	Сжимающие отображения. Теорема о неподвижной точке.
58	Оценка решения задачи Коши для линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
59	Линейная однородная система с постоянными коэффициентами. Матрица коэффициентов имеет комплексные собственные числа. Пример для матрицы 2X2.
60	Линейная однородная система с постоянными коэффициентами. Матрица коэффициентов не диагонализуема.
61	Линейная однородная система с постоянными коэффициентами. Матрица коэффициентов диагонализуема.
62	Метод вариации произвольных постоянных.
63	Структура общего решения линейной неоднородной системы.
64	Представление решения задачи Коши через фундаментальную матрицу.
65	Структура общего решения линейной однородной системы.
66	Фундаментальная матрица.
67	Пространство решений линейной однородной системы.
68	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейной системы
69	Системы линейных уравнений. Сведение системы к одному уравнению.
70	Явление резонанса
71	Связь линейных уравнений с теорией колебаний.
72	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
73	Общее решение линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами. Комплексные корни характеристического уравнения.
74	Общее решение линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами. Кратные корни характеристического уравнения.
75	Общее решение линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами. Корни характеристического уравнения вещественные и различные
76	Метод вариации произвольных постоянных.
77	Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
78	Свойства решений линейного неоднородного уравнения.
79	Структура общего решения линейного однородного уравнения.
80	Линейные однородные уравнения 2-го порядка, свойства решений

### 5.2.2 Типовые тестовые задания

Не предусмотрено.

### 5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы) находятся в приложении к данной РПД.

## 5.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, владений (навыков и (или) практического опыта деятельности)

### 5.3.1 Условия допуска обучающегося к промежуточной аттестации и порядок ликвидации академической задолженности

Проведение промежуточной аттестации регламентировано локальным нормативным актом СПбГУПТД «Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся»

### 5.3.2 Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Устная  +  Письменная  +  Компьютерное тестирование  Иная

### 5.3.3 Особенности проведения промежуточной аттестации по дисциплине

- Возможность пользоваться справочными таблицами;
- Время на подготовку ответа по билету 45 минут.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1 Учебная литература

Автор	Заглавие	Издательство	Год издания	Ссылка
<b>6.1.1 Основная учебная литература</b>				

Господариков, А. П., Зацепин, М. А., Колтон, Г. А., Лебедев, И. А., Обручева, Т. С., Яковлева, А. А., Господариков, А. П.	Высшая математика. Том 4. Дифференциальные уравнения. Ряды. Ряды Фурье и преобразование Фурье. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных. Теория поля	Санкт-Петербург: Национальный минерально-сырьевой университет «Горный»	2015	<a href="http://www.iprbooks.hop.ru/71690.html">http://www.iprbooks.hop.ru/71690.html</a>
Вальциферов, Ю. В.	Дифференциальные уравнения. Часть 1	Москва: Евразийский открытый институт, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики	2004	<a href="http://www.iprbooks.hop.ru/10663.html">http://www.iprbooks.hop.ru/10663.html</a>
<b>6.1.2 Дополнительная учебная литература</b>				
Асташова, И. В., Никишкин, В. А.	Дифференциальные уравнения. Часть 2	Москва: Евразийский открытый институт	2011	<a href="http://www.iprbooks.hop.ru/10664.html">http://www.iprbooks.hop.ru/10664.html</a>
Щербакова, Ю. В.	Дифференциальные уравнения	Саратов: Научная книга	2019	<a href="http://www.iprbooks.hop.ru/81007.html">http://www.iprbooks.hop.ru/81007.html</a>
И.Э. Апакова [и др.]	Высшая математика [Текст]: методические указания по выполнению контрольной работы «Дифференциальные уравнения и ряды» для студентов очной формы обучения	М-во образования и науки РФ, ВШТЭ СПбГУПТД. – СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД	2016	<a href="http://www.nizrp.narod.ru/metod/kafvysmat/12.pdf">http://www.nizrp.narod.ru/metod/kafvysmat/12.pdf</a>

## 6.2 Перечень профессиональных баз данных и информационно-справочных систем

Электронно-библиотечная система IPRbooks [Электронный ресурс]. URL: <http://www.iprbookshop.ru/>  
 Электронная библиотека ВШТЭ СПб ГУПТД [Электронный ресурс]. URL: <http://nizrp.narod.ru>  
 Электронно-библиотечная система «Айбукс» [Электронный ресурс]. URL: <https://www.ibooks.ru/>

## 6.3 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

MicrosoftOfficeProfessional 2013  
 PTC Mathcad 15  
 Microsoft: Office Standard 2016 Russian OLP NL AcademicEdition  
 Microsoft: Windows Professional 10 Russian Upgrade OLPNL AcademicEdition  
 Adobe: Lightroom 6 AcademicEdition License International English Multiple Platforms

## 6.4 Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аудитория	Оснащение
Лекционная аудитория	Мультимедийное оборудование, специализированная мебель, доска
Учебная аудитория	Специализированная мебель, доска

## Приложение

рабочей программы дисциплины Дифференциальные уравнения

наименование дисциплины

по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

наименование ОП (профиля):Биоинформатика

## 5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

№ п/п	Условия типовых практико-ориентированных заданий (задач, кейсов)
Семестр 4	
1	Является ли функция $y = 3 - e^{-x^2}$ решением дифференциального уравнения $x y' + 2y = e^{-x^2}?$
2	Найти общий интеграл дифференциального уравнения $x\sqrt{3 + y^2}dx + y\sqrt{2 + x^2}dy = 0.$
3	Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2.$
4	Решить задачу Коши $5y' + 9\frac{y}{x} = 95x, y(1) = 5.$
5	Решить уравнение $(x + 1)y' - 2y = y^2(x + 1)^5.$
6	Решить уравнение $\frac{y}{x}dx + (3y^2 + \ln x)dy = 0.$
Семестр 5	
1	Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' = \sin 4x + 2x - 3.$
2	Решить дифференциальное уравнение подстановкой $y' = p$ $(x + 1)y'' = y' - 1.$
3	Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' + 8y' + 20y = 7 \cos(2x).$
4	Решить систему $\begin{cases} x' = 3x + 2y + 4 e^{5t}, \\ y' = x + 2y. \end{cases}$
5	Определить характер точек покоя системы: $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y, \\ \dot{y} = -3x + y. \end{cases}$
6	Средствами операторного исчисления решить линейное дифференциальное уравнение $x' - 4x = 1 - 4t, \quad x(0) = 1.$

