

УТВЕРЖДАЮ  
 Директор ВШТЭ



## Рабочая программа дисциплины

**Б1.О.24**

Функциональный анализ

Учебный план:

ФГОС3++b010302-123\_21-14.plx

Кафедра:

4

Высшей математики

Направление подготовки:  
 (специальность)

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки:  
 (специализация)

Прикладная математика и информатика

Уровень образования:

бакалавриат

Форма обучения:

очная

### План учебного процесса

Семестр (курс для ЗАО)		Контактная работа обучающихся		Сам. работа	Контроль, час.	Трудоёмкость, ЗЕТ	Форма промежуточной аттестации
		Лекции	Практ. занятия				
4	УП	17	34	56,75	0,25	3	Зачет
	РПД	17	34	56,75	0,25	3	
Итого	УП	17	34	56,75	0,25	3	
	РПД	17	34	56,75	0,25	3	

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 г. № 9

Составитель (и):

кандидат физ.-мат. наук, доцент

Абжандадзе З.Л.

От кафедры составителя:

Заведующий кафедрой высшей математики

Иванов Б.Ф.

От выпускающей кафедры:

Заведующий кафедрой

Яковлев В.П.

Методическийотдел:

Смирнова В.Г.

## 1 ВВЕДЕНИЕ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ

**1.1 Цель дисциплины:** Закладкаматематического фундамента как средства изучения окружающего мира для спешного освоения дисциплин естественнонаучного и профессионального циклов.

**1.2 Задачи дисциплины:**

- привитие и развитие математического мышления,
- воспитание достаточной высокой математической культуры,
- освоение обучаемыми математических методов и основ математического моделирования.

**1.3 Требования к предварительной подготовке обучающегося:**

Предварительная подготовка предполагает создание основы для формирования компетенций, указанных в п. 2, при изучении дисциплин:

Физика

Алгебра и геометрия

Математический анализ

Информатика

## 2 КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

<b>ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>
<b>Знать:</b> - базовые теоретические положения в области функционального анализа.
<b>Уметь:</b> - использовать базовые теоретические положения дисциплины «Функциональный анализ» в профессиональной деятельности.
<b>Владеть:</b> - навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области функционального анализа.
<b>ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности</b>
<b>Знать:</b> - математические модели функционального анализа, используемые для решения задач в области профессиональной деятельности.
<b>Уметь:</b> - применять и модифицировать математические модели функционального анализа для решения задач в области профессиональной деятельности.
<b>Владеть:</b> - навыками применения и модификации математических моделей функционального анализа для решения задач в области профессиональной деятельности.

### 3 РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Наименование и содержание разделов, тем и учебных занятий	Семестр (курс для ЗАО)	Контактная работа		СР (часы)	Инновац. формы занятий	Формат текущего контроля
		Лек. (часы)	Пр. (часы)			
Раздел 1. Теория меры и интеграл Лебега	4					К
Тема 1. Теория меры. Мощность множества. Функции множества. Построение меры Лебега. Измеримые функции		5	10	12		
Тема 2. Интеграл Лебега. Интеграл Лебега от функции, определенной на ограниченном множестве. Сравнение с интегралом Римана.		4	8	8		
Раздел 2. Линейные операторы в функциональных пространствах						
Тема 3. Банаховы пространства. Норма элемента функционального пространства. Пространства $l_p, L_p, M, C$ . Сходимость, полнота, сепарабельность. Компактные множества. Скалярное произведение. Гильбертово пространство	4	4	8	8		К
Тема 4. Линейные операторы. Определение линейного оператора. Норма оператора. Линейные функционалы. Вид функционала в гильбертовом пространстве. Компактные операторы. Сходимость последовательности операторов. Интегральные операторы		4	8	28,75		
Итого в семестре (на курсе для		17	34	56,75		
Консультации и промежуточная аттестация		0,25				
<b>Всего контактная работа и СР по дисциплине</b>		51,25		56,75		

### 4 КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Курсовое проектирование учебным планом не предусмотрено

### 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 5.1 Описание показателей, критериев и системы оценивания результатов обучения

### 5.1.1 Показатели оценивания

Код компетенции	Показатели оценивания результатов обучения	Наименование оценочного средства
ОПК-1	Демонстрирует знания базовых теоретических положений в области функционального анализа. Использует базовые теоретические положения дисциплины «Функциональный анализ» в профессиональной деятельности. Обладает навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических	Вопросы устного собеседования. Практико-ориентированные задания.
ОПК-3	Обладает знаниями о математических моделях функционального анализа, используемые для решения задач в области профессиональной деятельности. Применяет и модифицирует математические модели функционального анализа для решения задач в области профессиональной деятельности. Применяет и модифицирует математические модели функционального анализа для решения задач в области профессиональной деятельности.	Вопросы устного собеседования. Практико-ориентированные задания.

### 5.1.2 Система и критерии оценивания

Шкала оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций	
	Устное собеседование	Письменная работа
Зачтено	Обучающийся показывает глубокое знание основных теорем, свободно ориентируется в основных понятиях, терминах и определениях; усвоил основную и знаком с дополнительной литературой; проявляет творческие способности в использовании учебного материала.	Обучающийся демонстрирует правильное понимание условия задачи, владение навыками его анализа, выбора нужных законов и формул для ее решения. Умеет применять математический аппарат для реализации плана решения задачи и, если это необходимо, может представить его графически. Получил правильный ответ и может его интерпретировать.
Незачтено	Обучающийся не имеет достаточного уровня знания дисциплины; не может сформулировать основные теоремы; плохо ориентируется в основных понятиях и определениях; плохо знаком с основной литературой; допускает при ответе на зачете существенные ошибки и не может устранить их даже под руководством преподавателя.	Обучающийся не может проанализировать условие задачи, наметить план ее решения, не владеет математическим аппаратом. Представление чужой работы, отказ от выполнения задания

## 5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

### 5.2.1 Перечень контрольных вопросов

№ п/п	Формулировка вопросов
Семестр 4	
1	Измеримые функции.
2	Мера Лебега.
3	Мощность множества. Функции множества.
4	Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана
5	Интеграл Лебега.
6	Компактные множества.
7	Сепарабельные и не сепарабельные пространства.
8	Нормированное пространство. Сходимость, полнота.
9	Теорема Фубини
10	Неравенство Гельдера. Неравенство Минковского.
11	Ортонормированный базис в Гильбертовом пространстве.
12	Вид функционала в гильбертовом пространстве.
13	Гильбертово пространство.
14	Сходимость последовательности операторов.

15	Определение линейного оператора. Норма оператора.
16	Теорема Банаха.
17	Операторы свертки.
18	Компактные операторы.
19	Интегральные операторы.

### 5.2.2 Типовые тестовые задания

Непредусмотрено.

### 5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы) находятся в приложении к данной РПД.

### 5.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, владений (навыков и (или) практического опыта деятельности)

#### 5.3.1 Условия допуска обучающегося к промежуточной аттестации и порядок ликвидации академической задолженности

Проведение промежуточной аттестации регламентировано локальным нормативным актом СПбГУПТД «Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся»

#### 5.3.2 Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Устная  Письменная  Компьютерное тестирование  Иная

#### 5.3.3 Особенности проведения промежуточной аттестации по дисциплине

- Возможность пользоваться справочными таблицами;
- Время на подготовку ответа по билету 45

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1 Учебная литература

Автор	Заглавие	Издательство	Год издания	Ссылка
<b>6.1.1 Основная учебная литература</b>				
Крепкогорский, В. Л.	Функциональный анализ	Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет	2014	<a href="http://www.iprbookshop.ru/62016.html">http://www.iprbookshop.ru/62016.html</a>
Асташова, И. В.	Функциональный анализ	Москва: Евразийский открытый институт	2011	<a href="http://www.iprbookshop.ru/11120.html">http://www.iprbookshop.ru/11120.html</a>
<b>6.1.2 Дополнительная учебная литература</b>				
Глазырина, П. Ю., Дейкалова, М. В., Коркина, Л. Ф.	Функциональный анализ. Типовые задачи	Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ	2016	<a href="http://www.iprbookshop.ru/66213.html">http://www.iprbookshop.ru/66213.html</a>
Ревина, С. В., Сазонов, Л. И.	Функциональный анализ в примерах и задачах	Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета	2009	<a href="http://www.iprbookshop.ru/47190.html">http://www.iprbookshop.ru/47190.html</a>

### 6.2 Перечень профессиональных баз данных и информационно-справочных систем

Электронно-библиотечная система IPRbooks [Электронный ресурс]. URL: <http://www.iprbookshop.ru/>  
 Электронная библиотека ВШТЭ СПб ГУПТД [Электронный ресурс]. URL: <http://nizrp.narod.ru>  
 Электронно-библиотечная система «Айбукс» [Электронный ресурс]. URL: <https://www.ibooks.ru/>

### 6.3 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

PTC Mathcad 15  
 Microsoft Windows 8  
 Microsoft Office Professional 2013

**6.4 Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Аудитория	Оснащение
Лекционная аудитория	Мультимедийное оборудование, специализированная мебель, доска
Учебная аудитория	Специализированная мебель, доска

## Приложение

рабочей программы дисциплины Функциональный анализ  
наименование дисциплины

по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика  
наименование ОП (профиля): Прикладная математика и информатика

## 5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

№ п/п	Условия типовых практико-ориентированных заданий (задач, кейсов)
Семестр 4	
1	$Q_1$ – множество всех рациональных чисел на отрезке $[0; 1]$ . Чему равна мера этого множества?
2	Множество $A$ является объединением отрезков вида $\left[0; \frac{1}{2}\right] \left[\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right] \left[\frac{1}{4}; \frac{1}{8}\right], \dots$ . Чему равна мера этого множества?
3	Оператор $A$ определен на функциях $f(x) \in C[0; 1]$ равенством $Af = f(\sqrt{x})$ . Является ли $A$ линейным ограниченным оператором $C[0; 1] \rightarrow C[0; 1]$ ?
4	Оператор $A$ определен на функциях $f(x) \in C[0; 1]$ равенством $Af = f^2(x)$ . Является ли $A$ линейным ограниченным оператором?
5	Функции $f(x), g(x) \in L_2[0; 1]$ . Верно ли, что $f(x)g(x) \in L_1[0; 1]$ ?
6	Найти норму оператора $A: C[0; 1] \rightarrow C[0; 1]$ , определенного равенством $Af = (2x + 1)f(x)$
7	Функции $e_n(x), n = 1, 2, \dots$ , образуют ортонормированный базис в $L_2[0; 1]$ , $a_n, n = 1, 2, \dots$ , – коэффициенты в разложении функции $x^3$ в этом базисе. Найти $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ .
8	Интегральный оператор в $L_2[0; 1]$ определен формулой $(Au)(x) = \int_0^1 K(x + 2y)u(y)dy$ . Как выглядит ядро сопряженного оператора?
9	Интегральный оператор в $L_2[0; 1]$ определен формулой $(Au)(x) = \int_0^1 K(x + y)u(y)dy$ , а $u_1(x), u_2(x)$ – его собственные функции, отвечающие разным собственным числам. Найти $\int_0^1 u_1(x) u_2(x)dx$ .
10	Является ли оператор $(Au)(x) = xu(x)$ компактным в $C[0; 1]$ ?