

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ВШТЭ

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

<b>Б1.В.04</b> <small>(индекс дисциплины)</small>	<b>Уравнения математической физики</b> <small>(Наименование дисциплины)</small>
Кафедра: <b>4</b> <small>Код</small>	<b>Высшей математики</b> <small>(Наименование кафедры)</small>
Направление подготовки: <u>01.03.02 Прикладная математика и информатика</u>	
Профиль подготовки: <u>Прикладная математика и информатика</u>	
Уровень образования: <u>бакалавриат</u>	

### План учебного процесса

Составляющие учебного процесса		Очное обучение	Очно-заочное обучение	Заочное обучение
Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий и самостоятельная работа обучающихся (часы)	Всего	<b>252</b>		
	Аудиторные занятия	<b>68</b>		
	Лекции	34		
	Лабораторные занятия	-		
	Практические занятия	34		
	Самостоятельная работа	148		
	Промежуточная аттестация	<b>36</b>		
Формы контроля по семестрам (номер семестра)	Экзамен	6		
<b>Общая трудоемкость дисциплины (зачетные единицы)</b>		<b>7</b>		

Форма обучения:	Распределение зачетных единиц трудоемкости по семестрам									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Очная						<b>7</b>				



# 1. ВВЕДЕНИЕ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ

## 1.1. Место преподаваемой дисциплины в структуре образовательной программы

Блок 1: Базовая  Обязательная  Дополнительно является факультативом   
Вариативная  По выбору

## 1.2. Цель дисциплины

закладка математического фундамента как средства изучения окружающего мира для успешного освоения дисциплин естественнонаучного и профессионального циклов.

## 1.3. Задачи дисциплины

- привитие и развитие математического мышления,
- воспитание достаточно высокой математической культуры,
- освоение обучаемым математических методов и основ математического моделирования.

## 1.4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код компетенции	Формулировка компетенции	Этап формирования
ОПК- 1	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	1
<b>Планируемые результаты обучения</b> <b>Знать:</b> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Классификацию уравнений с частными производными.</li><li>2. Постановки основных краевых задач для уравнений математической физики.</li><li>3. Теоремы существования и единственности решений краевых задач математической физики.</li></ol> <b>Уметь:</b> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Применять метод разделения переменных;</li><li>2. Применять численные методы решения краевых задач математической физики.</li></ol> <b>Владеть:</b> <p>методами выбора и анализа математических моделей физических явлений.</p>		
ПК-2	способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	1
<b>Планируемые результаты обучения</b> <b>Знать:</b> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Существующие информационные системы в сети Интернет;</li><li>2. Математические пакеты, предназначенные для решения задач математической физики.</li></ol> <b>Уметь:</b> <p>осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" и в других источниках.</p> <b>Владеть:</b> <p>методами выбора и анализа математических моделей физических явлений.</p>		

## 1.5. Дисциплины (практики) образовательной программы, в которых было начато формирование компетенций, указанных в п.1.4:

Алгебра и Геометрия (ОПК-1);

Математический анализ (ОПК-1);  
 Физика (ОПК-1);  
 Информатика (ОПК-1);  
 Функциональный и комплексный анализ (ОПК-1)  
 Языки и методы программирования (ОПК-1)  
 Численные методы (ОПК-1)  
 Операционные системы (ПК-2)  
 Дифференциальные уравнения (ОПК-1, ОПК-2)  
 Дискретная математика (ОПК-1, ПК-2).  
 Теория вероятностей и математическая статистика (ОПК-1, ОПК-2)  
 Базы данных (ПК-2)  
 Сетевые технологии (ПК-2)  
 Учебная практика (ознакомительная практика) (ОПК-1)  
 Учебная практика (практика по получению первичных профессиональных умений и навыков) (ОПК-1)

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование и содержание учебных модулей, тем и форм контроля	Объем (часы)		
	Очное обучение	очно-заочное обучение	заочное обучение
<b>Учебный модуль 1. Нестационарные задачи.</b>			
<b>Тема 1.</b> Волновое уравнение. Начально-краевая задача для волнового уравнения. Формула Римана. Принцип Дюамеля. Область зависимости. Скорость распространения волны. Энергетическое неравенство. Метод Фурье.	36		
<b>Тема 2.</b> Уравнение теплопроводности. Начально-краевая задача для уравнения теплопроводности. Решение в полуплоскости. Принцип максимума. Метод Фурье. Гладкость решения. Тепловые потенциалы.	34		
<b>Текущий контроль опрос</b>	2		
<b>Учебный модуль 2. Стационарные задачи.</b>			
<b>Тема 3.</b> Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Формулы Грина. Гармонические функции и их свойства. Интегральное представление гармонической функции. Принцип максимума.	36		
<b>Тема 4.</b> Спектр краевой задачи. Самосопряженный оператор. Собственные числа и собственные функции: существование, свойства, асимптотика.	24		
<b>Тема 5.</b> Теория потенциала. Потенциалы простого и двойного слоя. Сведение краевой задачи к интегральному уравнению. Объемный потенциал.	10		
<b>Текущий контроль опрос</b>	2		
<b>Учебный модуль 3. Метод сеток.</b>			
<b>Тема 6.</b> Разностная схема. Метод Эйлера решения задачи Коши. Явные и неявные разностные схемы. Аппроксимация, устойчивость и сходимость.	36		
<b>Тема 7.</b> Метод сеток для уравнения Штурма-Лиувилля. Постановка краевой задачи. Метод прогонки. Аппроксимация, устойчивость и сходимость метода прогонки.	32		
<b>Текущий контроль опрос</b>	4		
<b>Промежуточная аттестация по дисциплине экзамен</b>	36		
<b>Всего:</b>	<b>252</b>		

## 3. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

### 3.1. Лекции

Номера изучаемых тем	Очное обучение		Очно-заочное обучение		Заочное обучение	
	Номер семестра	Объем (часы)	Номер семестра	Объем (часы)	Номер семестра	Объем (часы)
1	6	6				
2		6				
3		6				
4		4				
5		4				
6		4				
7		4				
<b>ВСЕГО:</b>		<b>34</b>				

### 3.2. Практические и семинарские занятия

Номера изучаемых тем	Наименование и форма занятий	Очное обучение		Очно-заочное обучение		Заочное обучение	
		Номер семестра	Объем (часы)	Номер семестра	Объем (часы)	Номер семестра	Объем (часы)
1	Волновое уравнение	6	6				
2	Уравнение теплопроводности		6				
3	Краевые задачи для уравнений эллиптического типа.		6				
4	Спектр краевой задачи		4				
5	Теория потенциала		2				
6	Разностная схема		6				
7	Метод сеток для уравнения Штурма-Лиувилля.		4				
<b>ВСЕГО:</b>			<b>34</b>				

### 3.3. Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

## 4. КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Не предусмотрено.

## 5. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ

Номера учебных модулей, по которым проводится контроль	Форма контроля знаний	Очное обучение		Очно-заочное обучение		Заочное обучение	
		Номер семестра	Кол-во	Номер семестра	Кол-во	Номер семестра	Кол-во
1	Опрос	6	1				
2	Опрос		1				

## 6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩЕГОСЯ

Виды самостоятельной работы обучающегося	Очное обучение		Очно-заочное обучение		Заочное обучение	
	Номер семестра	Объем (часы)	Номер семестра	Объем (часы)	Номер семестра	Объем (часы)
Усвоение теоретического материала	6	74				
Подготовка к практическим занятиям		74				
Подготовка к экзамену	6	36				
<b>ВСЕГО:</b>		<b>148+36</b>				

## 7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

### 7.1. Характеристика видов и используемых инновационных форм учебных занятий

Не предусмотрено

## 7.2. Система оценивания успеваемости и достижений обучающихся для промежуточной аттестации

традиционная

балльно-рейтинговая

## 8. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 8.1. Учебная литература

#### а) основная учебная литература

1. Треногин В.А. Уравнения в частных производных / Треногин В.А., Недосекина И.С.— Электрон. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013.— 228 с., PRbooks - <http://www.iprbookshop.ru/23722>
2. Сабитов К.Б. Уравнения математической физики / Сабитов К.Б.— Электрон. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013.— 352 с. PRbooks - <http://www.iprbookshop.ru/24500>

#### б) дополнительная учебная литература

1. Лунгу К.Н. Высшая математика. Часть 1: руководство к решению задач/ Лунгу К.Н., Макаров Е.В.— Электрон.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014.— 216 с. PRbooks - <http://www.iprbookshop.ru/24438>

### 8.2. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Краевые задачи в системе Matlab Методическое пособие для студентов направления «Прикладная математика и информатика» [Электронный ресурс]: / З.Л.Абжандадзе, О.Е.Куляхтина, М.Э.Юдовин, 2015г. —Режим доступа: <http://www.nizrp.narod.ru/metod/kafvysmat/5.pdf>
2. Уравнения математической физики Методические указания для студентов вечернего и заочного отделений, [Электронный ресурс]: /О.Е.Куляхтина, М.Э. Юдовин, Т.А.Забавникова, Е.А.Титова, 2014г.—Режим доступа: <http://www.nizrp.narod.ru/metod/kafvysmat/4.pdf>
3. Математика Методические указания и контрольные задания для студентов технических специальностей заочной формы обучения, [Электронный ресурс]: /И.Ю. Малова, Е.Г. Иванова, Е.А. Титова, К.Ю. Лавров, 2012г.—Режим доступа: <http://www.nizrp.narod.ru/metod/kafvysmat/3.pdf>
4. ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА Методические указания контрольные задания (№ 6, № 7, № 8, № 9) для студентов-заочников, [Электронный ресурс]: /2012г.—Режим доступа: <http://www.nizrp.narod.ru/vysmat2012.htm>
5. МАТЕМАТИКА Методические указания контрольные задания для студентов технических специальностей заочной формы обучения, [Электронный ресурс]: /2012г.—Режим доступа: [http://www.nizrp.narod.ru/met\\_3.htm](http://www.nizrp.narod.ru/met_3.htm)

### 8.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины

1. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» [Электронный ресурс]. URL: <http://window.edu.ru/>
2. Электронная библиотека "IPRbooks". [Электронный ресурс]. URL: <http://www.iprbookshop.ru/>
3. Электронная библиотека "Книгафонд". [Электронный ресурс]. URL: <http://www.knigafund.ru/books/>

### 8.4. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

1. Microsoft Windows 8.1
2. Microsoft Office Professional 2013
3. PTC Mathcad

### 8.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аудитория с мультимедийным комплексом.

### 8.6. Иные материалы

Не предусмотрены.

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Виды учебных занятий и самостоятельная работа обучающихся	Организация деятельности обучающегося
Лекции	<p>Освоение лекционного материала обучающимся предполагает следующие виды работ:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• проработка рабочей программы в соответствии с целями и задачами, структурой и содержанием дисциплины;</li> <li>• конспект лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы и формулировки; пометать важные мысли, выделять ключевые слова, термины.</li> <li>• Проверка терминов, понятий: осуществлять с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь;</li> <li>• работа с теоретическим материалом: найти ответ на вопросы в рекомендуемой литературе.</li> </ul> <p>Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации или на практическом занятии.</p>
Практические занятия	<p>Подготовка к практическим занятиям предполагает следующие виды работ: работа с конспектом лекций;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• подготовка ответов к контрольным вопросам;</li> <li>• просмотр рекомендуемой литературы;</li> <li>• решение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму</li> </ul>
Самостоятельная работа	<p>Следует предварительно изучить методические указания по выполнению самостоятельной работы, контрольной работы.</p> <p><b>При подготовке к экзамену</b> необходимо ознакомиться с демонстрационным вариантом задания (перечнем вопросов, пр.), проработать конспекты лекций и практических занятий, рекомендуемую литературу, получить консультацию у преподавателя.</p>

## 10. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 10.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

#### 10.1.1. Показатели оценивания компетенций на этапах их формирования

Код компетенции (этап освоения)	Показатели оценивания компетенций	Наименование оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
ОПК-1(1,2)	<p>Демонстрирует знание основных типов уравнений математической физики и их связь с соответствующими физическими процессами.</p> <p>Умеет строить математическую модель явления.</p> <p>Применяет численные методы для решения задач математической физики.</p>	<p>1. Устное собеседование</p> <p>2. Практическое типовое задание</p>	<p>1. Перечень вопросов к экзамену(зачету) (25 вопросов)</p> <p>2. Практические типовые задания (10 задач)</p>
ПК-2(2)	<p>Знание современного математического аппарата.</p> <p>Умение применять математический аппарат к конкретным задачам.</p> <p>Владение численными методами.</p>		

#### 10.1.2. Описание шкал и критериев оценивания сформированности компетенций

#### Критерии оценивания сформированности компетенций

Оценка по традиционной шкале	Критерии оценивания сформированности компетенций	
	Устное собеседование	Письменная работа
отлично	Обучающийся показывает всестороннее и глубокое знание основ теории уравнений математической физики, свободно ориентируется в основных понятиях, терминах и определениях при ответе; усвоил основную и знаком с дополнительной литературой; проявляет творческие способности и широкую эрудицию в использовании учебного материала.	Обучающийся демонстрирует правильное понимание условия задачи, владение навыками его анализа, выбора нужных законов и формул для ее решения, умеет применять математический аппарат для реализации плана решения задачи и, если это необходимо, может представить его графически. Получил правильный ответ и может его интерпретировать.
хорошо	Обучающийся показывает достаточный уровень знаний основ теории уравнений математической физики, ориентируется в основных понятиях и определениях; усвоил основную литературу; допускает незначительные погрешности при ответах на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы преподавателя.	Обучающийся демонстрирует достаточное понимание условия задачи, владение навыками его анализа, выбора нужных законов и формул для ее решения, допускает незначительные погрешности при применении математического аппарата для реализации плана решения задачи. Получил правильный ответ, но испытывает затруднения с его интерпретацией.
удовлетворительно	Обучающийся показывает знания учебного материала в минимальном объеме; может сформулировать основные теоремы и определения, но при этом, допуская большое количество принципиальных ошибок; знаком с основной литературой; допускает существенные ошибки в ответе на экзамене, но может устранить их под руководством преподавателя.	Обучающийся вникает в смысл условия задачи, понимает план ее решения, однако, не может в полной мере с помощью математического аппарата реализовать ее решение, может сделать рисунок или схему, поясняющую решение задачи.
неудовлетворительно	Обучающийся не имеет достаточного уровня знания дисциплины; не может сформулировать основные теоремы и определения, плохо ориентируется в основных понятиях и определениях; плохо знаком с основной литературой; допускает при ответе на экзамене существенные ошибки и не может устранить их даже под руководством преподавателя. Попытка списывания, использования неразрешенных технических устройств или пользование подсказкой другого человека.	Обучающийся не может проанализировать условие задачи, наметить план ее решения, не владеет математическим аппаратом. Представление чужой работы, отказ от выполнения задания

**10.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций**

**10.2.1. Перечень вопросов (тестовых заданий), разработанный в соответствии с установленными этапами формирования компетенций**

№ п/п	Формулировка вопросов	№ темы
1	Волновое уравнение. Решения типа плоской волны.	1
2	Задача Коши для бесконечной струны. Формула Римана.	
3	Начально-краевая задача для волнового уравнения.	
4	Энергетическое неравенство.	
5	Принцип Дюамеля.	
6	Метод Фурье решения начально-краевой задачи.	
7	Тепловые потенциалы для уравнения теплопроводности..	2
8	Решение задачи Коши в полуплоскости.	
9	Начально-краевая задача для уравнения теплопроводности.	
10	Принцип максимума для уравнения теплопроводности..	
11	Метод Фурье решения начально-краевой задачи.	
12	Гладкость решения.	
13	Формулы Грина для оператора Лапласа.	3
14	Гармонические функции и их свойства.	
15	Интегральное представление гармонической функции.	
16	Принцип максимума для гармонических функций.	
17	Краевая задача для уравнения Пуассона в круге.	
18	Самосопряженный оператор краевой задачи.	
19	Собственные числа и собственные функции краевой задачи.	4
20	Асимптотика собственных чисел.	
21	Потенциал простого слоя.	
22	Потенциал двойного слоя.	5
23	Сведение краевой задачи к интегральному уравнению.	
24	Объемный потенциал.	
25	Метод Эйлера решения задачи Коши.	
26	Явные и неявные разностные схемы.	6
27	Аппроксимация, устойчивость и сходимость.	

**10.2.2. Вариант типовых заданий (задач), разработанных в соответствии с установленными этапами формирования компетенций**

№ п/п	Условия типовых задач (задач, кейсов)	Ответ
1	$u(x, y)$ - гармоническая функция в круге $x^2 + y^2 < 1$ , а на границе круга $u(x, y) = x$ . Найдется ли внутри круга точка, в которой $u(x, y) = 1,5$ ?	нет
2	$u_1(x, y), u_2(x, y)$ - решения уравнения $u_{xx} + u_{yy} = f$ в области $\Omega$ . Известно, что $u_1(x, y) _{\Gamma} \geq u_2(x, y) _{\Gamma}$ , где $\Gamma$ - граница $\Omega$ . Верно ли это неравенство внутри $\Omega$ ?	да
3	$u_1(x, y), u_2(x, y)$ - решения уравнения $u_{xx} - u_{yy} = f(x, y)$ в области $\Omega$ . Известно, что $u_1(x, y) _{\Gamma} \geq u_2(x, y) _{\Gamma}$ , где $\Gamma$ - граница $\Omega$ . Верно ли это неравенство внутри $\Omega$ ?	нет
4	$u_{tt} - 4u_{xx} = 0, \quad t > 0, \quad -\infty < x < +\infty$ $u(x, 0) \equiv 0, \quad u_t(x, 0) = \begin{cases} 1, & x \in (0; 2) \\ 0, & x \notin (0; 2) \end{cases}$ Вычислить $u(3, 1)$	0,5
5	Бесконечная струна имеет в начальный момент форму $u(x, 0) = \begin{cases} \sqrt{1 -  x }, &  x  \leq 1 \\ 0, &  x  > 1 \end{cases}$ . Начальная скорость равна нулю. Уравнение струны $u_{tt} - 2u_{xx} = 0$ . Найти полную энергию струны при $t = 360$ . Найти форму струны при $t = 60$ .	1

6	Найти скорость распространения плоской волны для уравнения $3u_{tt} - u_{xx} = 0$	
7	Какому условию должны удовлетворять коэффициенты уравнения $Au_{tt} + 2Bu_{xt} + Cu_{xx} = 0$ , чтобы оно имело решения типа плоской волны?	$AC < B^2$
8	Два физических процесса описываются уравнениями 1) $u_{tt} - u_{xx} = 0$ и 2) $u_t - u_{xx} = 0$ соответственно. В каком из них оба направления хода времени $t$ равноправны?	В 1)
9	Имеет ли решение задача $\Delta u = 0, (x, y, z) \in \Omega, \frac{\partial u}{\partial n} \Big _{\partial\Omega} = 1$ ?	нет
10	Дано уравнение $u_t = u_{xx}, 0 < x < 2, 0 < t < +\infty$ . Может ли это уравнение иметь решение, удовлетворяющее условиям $u(0, t) = u(2, t) = 0, u(x, 0) = 2x - x^2, u(1, 1) = 2$ ?	нет

### 10.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, владений (навыков и (или) практического опыта деятельности), характеризующих этапы формирования компетенций

#### 10.3.1. Условия допуска обучающегося к сдаче экзамена и порядок ликвидации академической задолженности

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся

#### 10.3.2. Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине

устная  письменная  компьютерное тестирование

#### 10.3.3. Особенности проведения экзамена

- Возможность пользоваться справочными таблицами;
- Время на подготовку ответа по билету 45